

Въпрос № 12**ПЪРВИ ВАРИАНТ**

Точка се движи по закона

$$x = 3 \sin(\pi t); \quad y = \cos(\pi t)$$

Начертайте траекторията на точката и покажете къде ще се намира в момента $t = 1$ s.

Решение:

1. Извеждане уравнението на траекторията:

$$x = 3 \sin(\pi t)$$

$$y = \cos(\pi t)$$

- Повдигаме двете уравнения на квадрат, стремейки си да достигнем до израза $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$:

$$x^2 = 3^2 \sin^2(\pi t)$$

$$y^2 = \cos^2(\pi t)$$

- Разделяме в първото уравнение на 3^2 и получаваме:

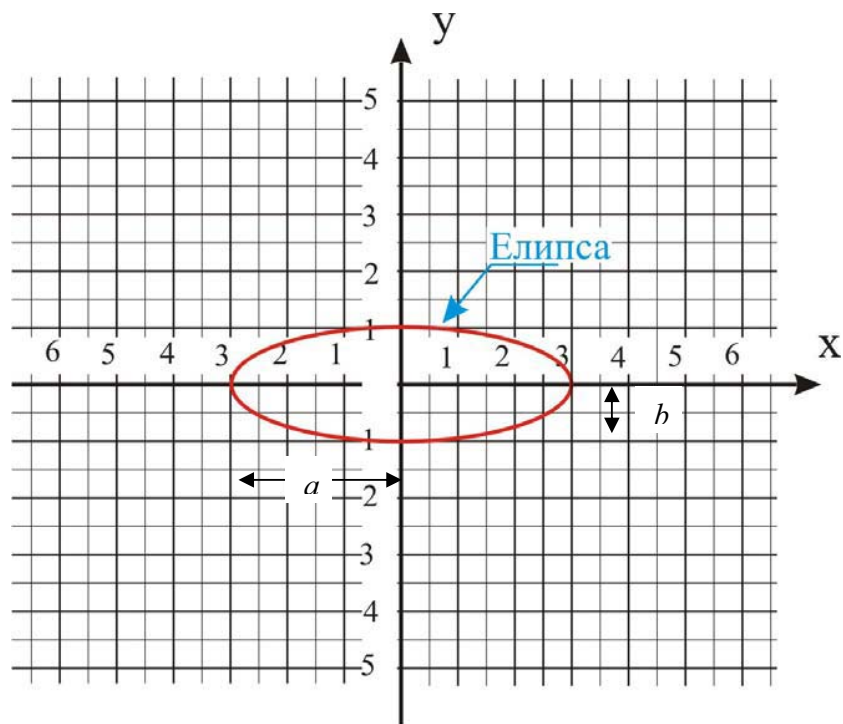
$$\frac{x^2}{3^2} = \sin^2(\pi t)$$

$$y^2 = \cos^2(\pi t)$$

- Събираме левите и десните страни на двете уравнения:

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$$

Получаваме уравнение на елипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, където в нашия случай $a = 3; b = 1 \rightarrow$ *фиг.1*



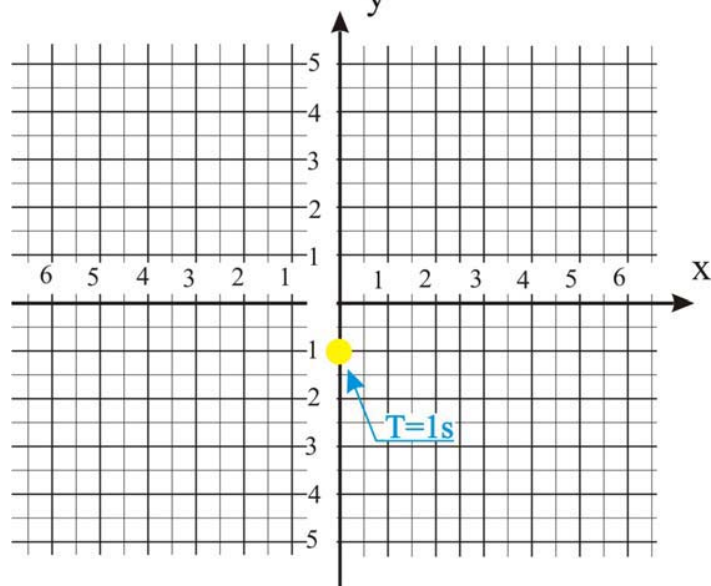
фиг. 1

2. Определяне позицията на точката в момента $t = 1$ s.

Заместваме $t = 1$ в уравнения за x и y :

$$\left. \begin{aligned} x &= \sin(\pi t) \rightarrow x = \sin \pi = 0 \\ y &= \cos(\pi t) \rightarrow y = \cos \pi = -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{фиг. 2}$$

Следователно точката в момента $t = 1$ s има координати $(0, -1)$.



фиг. 2