

**ХИМИКОТЕХНОЛОГИЧЕН И МЕТАЛУРГИЧЕН
УНИВЕРСИТЕТ**

ФАКУЛТЕТ ПО СИСТЕМНО И ХИМИЧНО ИНЖЕНЕРСТВО

КАТЕДРА „ИНЖЕНЕРНА ХИМИЯ

ДИПЛОМНА РАБОТА

на тема:

**Компютърна симулация на правоъгълен ерлифт
реактор с твърди частици**

**ЗА ОБРАЗОВАТЕЛНО-КВАЛИФИКАЦИОННА СТЕПЕН
„Бакалавър“**

Ръководител катедра:

доц. д-р Силиян Чаушев

Научен ръководител:

гл. ас. Д-р Десислава Мутафчиева

Консултант:

доц. д-р Веселин Илиев

Дипломант:

Веселин Станев, фак.№ 0499

Съдържание

I. Въведение	1
II. Литературен обзор.....	3
1. Ерлифт реактори	3
1.1. Конструкции	3
1.2. Принцип на действие	3
1.3. Предимства и недостатъци	4
1.4. Приложение	6
2. Хидродинамика на ерлифт реактори	6
2.1 Режими на дву- и трифазни потоци	6
2.2 Газосъдържание и основни зависимости	9
3. Математично моделиране на хидродинамичния процес в ерлифт реактори	15
3.1 Различни модели за описание на турбулентност	15
3.2 Модели за многофазни системи.....	16
3.3 Метод на крайните разлики.....	17
III. Експериментална част.....	20
1. Обект на изследване.....	20
2. Метод на изследване	21
2.1.Описание на използвания софтуерен продукт.....	21
2.2 Изграждане на триизмерен геометричен модел на избрания реактор за компютърна симулация в средата на ANSYS - CFX 16.....	21
2.3 Верификация на избрания модел по отношение на елементната мрежа	23
3. Задаване на условия за компютърна симулация	26
4. Обсъждане на опитните резултати.....	28
4.1. Поведение на твърдите частици без аериране	28
4.2.Движение на твърдите частици при скорост на газа 3 m/s.....	29
4.4.Числени резултати при различните дебити на аериране	35
5. Изводи.....	39
IV. Използвана литература.....	40

I. Въведение

Ерлифт реакторите са едни от най-перспективните устройства за осъществяване на циркулация на затворена течна среда без да се използват помпи или други механични устройства. Поради липсата на такива интензивни механични взаимодействия, тези апарати са ефикасни за обработка на биоматериали, съдържащи чувствителни микроорганизми.

Основното конструктивно решение е реактор съставен от две вертикални колони. В едната колона (*riser*), течността се движи възходящо чрез постоянно подаване на газ от основата на тази колона. В другата колона (*downcomer*), течността е в низходящо движение. В това състояние в *riser* колоната се установява двуфазна система от газ-течност, газът излиза от реактора като достигне откритата му горна повърхност, а течността се прелива в съседната *downcomer* колона. Установява се система където в едната секция има фаза газ-течност, която е с по-малка плътност от чистата течна фаза в другата секция. Тази разлика в плътностите поражда разлика в налягането което води до движение между двете свързани секции – циркуляционната траектория на флуидната фаза, и установяване на постоянен масопреносен режим в реакторната система.

За разлика от други подобни апарати, ерлифт реакторите могат да работят в широк диапазон на дебита на подавания въздух, и съответно на циркулация на течната фаза. Тези устройства се делят на два основни вида: *internal loop* – реактор в чиито обем се намират *riser* и *downcomer*-а разделени от преграда или поместени един в друг, и циркулацията се осъществява около тази преграда; и *external loop* - т.е. течната циркулация се извършва в отделна тръба от реактора, а не в общия обем, *riser* и *downcomer*-а представляват различни, отделни секции от реактора. При тези реактори *downcomer*-а е със по-голямо сечение от *riser*-а за постигане на по-добра циркулация чрез по-голямо низходящото движение на течната фаза.

За проектиране и оптимизиране на сложния процес в дву- или трифазен ерлифт реактор се използват надеждни математични модели. Модерната компютърна технология предлага удобство и интуитивно приложение на такива изследвания чрез симулационен инженерен софтуер като Computational Fluid Dynamics(CFD), пр. *компютърно изчисление на хидродинамиката*. Функцията на този инструмент е численото предсказване на флуидните, концентрационните и температурните полета в изследваните обекти. Основните етапи на работа със CFD е построяване на математичен модел, дискретизацията му и интерпретация на получените резултати. Най-използвания метод в CFD е методът на крайните обеми, където тези клетки са дадените контролни обеми. Всеки комерсиален пакет на CFD е заедно с графичен интерфейс, чрез който можем да определим граничните условия, съвкупността на контролните обеми – мрежа и изследване на получените резултати.

Целта на дипломната работа е изследване на хидродинамиката на трифазна система в реактора чрез симулация в ANSYS – CFD 14. За постигането ѝ са поставени следните задачи:

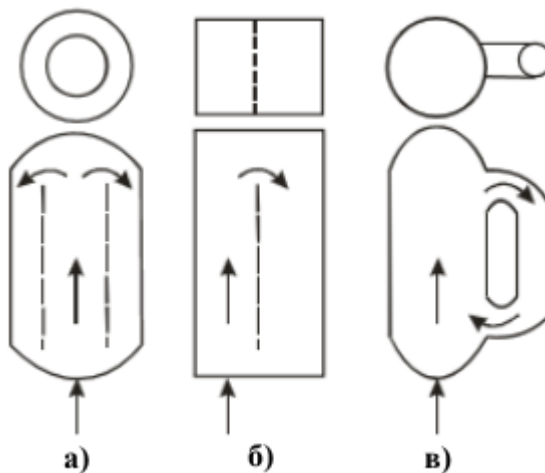
- При зададената технологична схема и конструктивен чертеж да се изгради 3D модел на реактора.
- Да се изследва влиянието на изменението работните параметри, като газовия дебит, върху хидродинамиката в реакторната среда.
- Да се изследва разпределението на концентрацията на твърдата фаза в реактора при различни операционни условия.

II. Литературен обзор

1. Ерлифт реактори

1.1. Конструкции

Ерлифтните реактори се разглеждат като добра алтернатива от реакторите с механично разбъркване. При ерлифт реакторите липсва това механично взаимодействие, но въпреки това те осигуряват по-добро пренасяне и по-добро смесване на кислород, което е много важно свойство при биореакторите често ползвани за обработка на аеробни биокултури. [1] (Hulst, 1987)



Фиг.1 Конструкции на ерлифт реактори

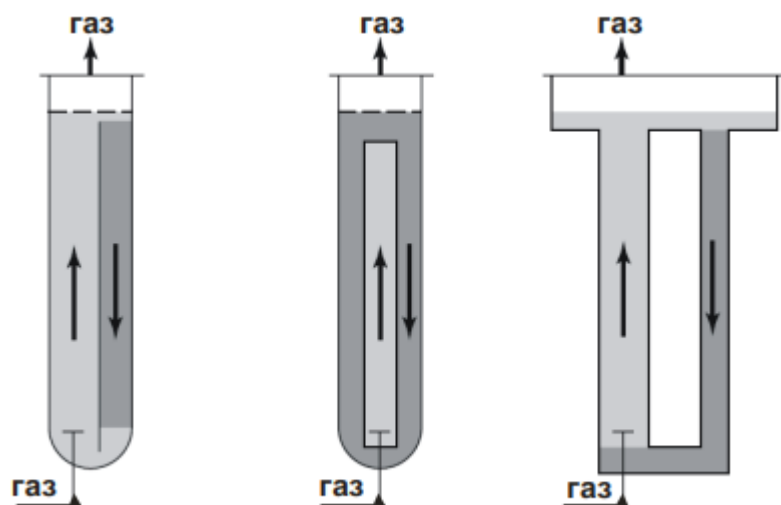
На **фигура 1** са изобразени циркуляционни ерлифт реактори с възходящо движение, възникващо от подаването на въздуха от дъното им. Движещата сила произлиза от разликите в плътностите в аерираната и неаерираната секция на реактора, от която се установява циркуляционно движение в системата. На базата на това разделяне се обособяват две основни конструкции на циркуляционен ерлифт реактор: с вътрешна циркулация (**фигура 1 а)**) и с външна циркулация (**фигура 1 б)** и в)). Циркулацията на течната фаза при реакторите с вътрешна циркулация се извършва в коаксиално поставена тръба, или така наречена вътрешна тръба, в която се въвежда газът. А при реакторите с външна циркулация, това движение на течната фаза се изпълнява във втора тръба изнесена от барботажната колона (**фигура 1 в)**) или реакторът чрез преграда (**фигура 1 б)**), като все още са свързани в горната и долната част на барботажната колона.

1.2. Принцип на действие

Реакторната система основно съдържа течна фаза, която е разделена вертикално в две основни зони: „възходяща“ и „низходяща“, тези колони в реактора са свързани помежду си на горната и долната част от реактора. В основата на „възходящата“ (*riser*) колоната се подава газова фаза чрез барботьор. В резултат на наличието на газ във „възходящата“ колона, и отсъствието на газова фаза в „низходяща“ колона, течната фаза в тези зони е вече с различна плътност. От тази разлика, течната фаза във

„възходящата“ колона, с по-малка плътност, започва да се движи във вертикална посока към върха на реактора. Върха на реактора е открита повърхност, където газовата фаза се отделя от системата, а течната фаза се влива в свързаната „низходяща“ колона, където стига до дъното, и се влива пак във „възходящата“ колона – установяване на циркуляционното движение на системата.

Получената движещата сила на циркуляционната траектория на течната фаза зависи от количеството на подавания газ във „възходящата“ колона. Определяне на големината на циркуляционното движение е много важно за проектирането и мащабния преход на ерлифт реакторите, т.е. как ще влияе върху газоподаването и газосъдържанието в реактора, преобладаващия хидродинамичен режим, коефициентите на топло- и масопренос и степента на смесване (обогатяване на кислород).



Фиг.2. Принципна схема на разположение на зоните в ЕЛР

От установеното циркуляционното движение предизвикано от газовия поток във „възходящата“ колона, и получения двуфазен поток усложнява моделирането на системата. Затова циркуляционната скорост зависи от газовия дебит. Но въпреки това, в ерлифт реакторите могат да се достигнат високи стойности на скоростта на течната фаза, без необходимост от външни устройства за гарантирана циркуляция. Установената турбулентност отлага утаяването на течната фаза в основата на реактора [2] (Merchuk, 1986) [3] (Onken, 1983).

1.3. Предимства и недостатъци

Ерлифт реакторите имат редица предимства, като подобро разбъркване на течната фаза, дължащо се на вътрешните и външни рециркуляционни потоци. Циркуляционните ерлифт реактори са подходящи за създаване на различни хидродинамични и кинетични режими във възходящата и низходящата част на един и същ апарат.

Предимствата на ерлифт реакторите в сравнение с традиционните реактори с механично разбъркване, като стандартния ферментор, са:

- Отсъствието на механично задвижвани части;
- Слабо тангенциално напрежение;
- Елементарна конструкция, което води до по-малко технически неизправности на апарата и по-лесна поддръжка;
- Надеждно освобождаване на газ в горната част на реактора;
- Голяма специфична междуфазна повърхност на контакт при малки разходи на въвеждаща енергия;
- Уникална комбинация от контролиран хидродинамичен режим и добро смесване на различни фази;

Друго важно предимство на ерлифт реакторите е възможността им на работа в стерилни условия, благодарение на простата им конструкция. Ерлифт реакторите с вътрешна циркулация също имат елементарна геометрия, те просто са барботажни реактори с вътрешна тръба. А ерлифт реакторите с външна циркулация предлагат и следните допълнителни предимства:

- Възможност за прецизно дефиниране на времепрестоя в индивидуалните секции на ерлифт реактора;
- Възможност за регулируемо освобождаване на газовата фаза от върха на ерлифт реактора;
- Достъпност за измервания и контрол във възходящата част, и в низходящата част на ерлифт реактора;
- Вентилът разположен между възходящата и низходящата част от реактора, чрез която може да се регулира скоростта на течната фаза независимо от дебита на входния газов поток;
- Ефикасен топлообмен и лесно терморегулиране на системата;
- Елементарна геометрия на индивидуалните конструктивни елементи (тръби), което оправдава използването на прости модели;
- Оптимален хидравличен диаметър и за възходящата, и за низходящата част на ерлифт реактора и следователно ниски загуби от триене;
- Визуално наблюдение на процеса, ако конструктивния материал на ерлифт реакторът е прозрачен(като плексиглас);

Ерлифт реакторите са по-ефикасни и по-икономични от реакторите с разбърквани при процеси на превръщане с висок разход на кислород, както при производство на еноклетъчен протеин. Но въпреки това и те си имат своите недостатъци:

- Определянето на оптимална комбинация на основните конструктивни елементи и работните условия за големи промишлени съоръжения, особено при стойностите за локално разпределение, скоростта на циркулация и др.;
- Определянето на локални концентрации на различните фази и тяхното разпределение в реактора по течение на работното време;

- Изследвана на хидродинамиката и поведението на фазите при силно вискозни аерирани системи;
- Мащабния преход на експерименталните резултати от опростените системи към сложните промишлени биореакторни инсталации и техните химични процеси.

1.4. Приложение

През последните години са извършени редица изследвания на циркуляционните ерлифт реактори за провеждане на най-различни технологични процеси. Получените експериментални резултати показват че приложението на ерлифт реакторите в процесите на химичната индустрия е разноразно.

Ерлифт реакторите са много подходящи като биореактори за процесите с участие на животински и растителни клетки, както и с имобилизирани биокатализатори. Тези процеси изискват точен, и ефективен процес на пренасяне на кислорода и поддържане на концентрацията му в системата, което от своя страна изисква подробно описание на хидродинамиката на процеса, смесването и характера на пренасяне на кислорода. Това води до трудоемки мащабиране на успешно функционално конструкции.

Въпреки това, ерлифт реакторите намират широко приложение в пречиствателната промишленост, като пречистване на замърсени води. В хранително-вкусовата промишленост(производство на бира), както и в фармацевтиката.

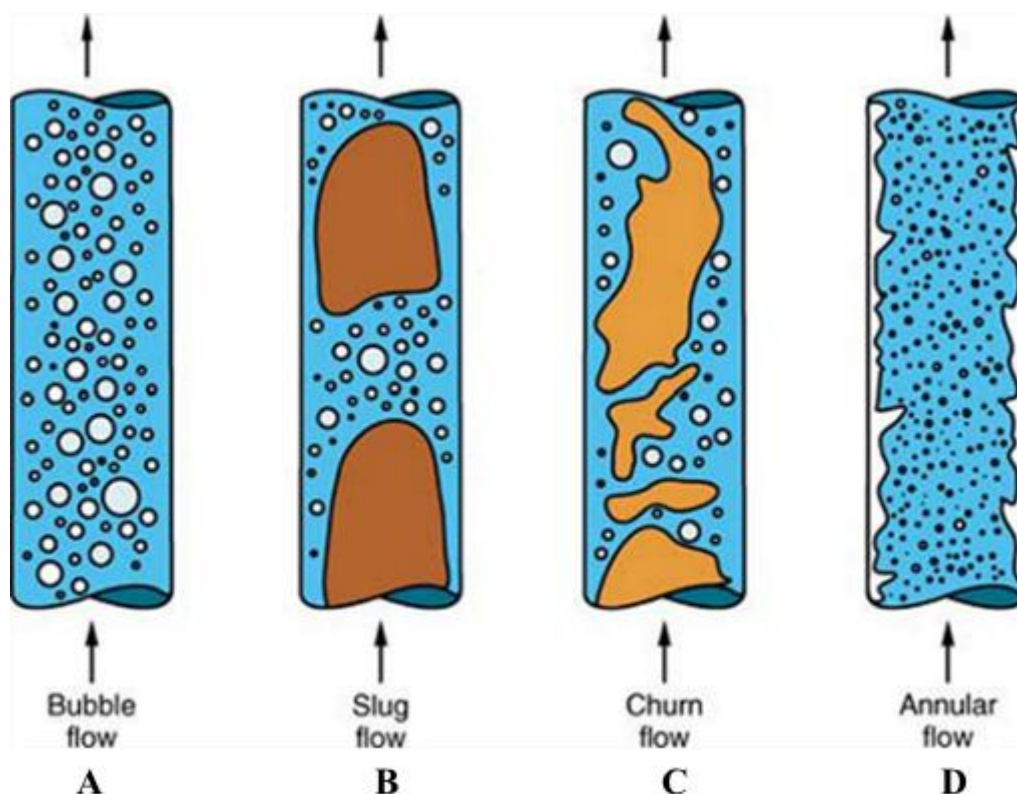
2. Хидродинамика на ерлифт реактори

2.1 Режими на дву- и трифазни потоци

Хидродинамиката, и масопреносните елементи в газотечните реактори значително зависят от преобладаващия режим на течение в двуфазовия поток. Направени са редица изследвания [12] (Camarasa, 1999)[4] (Ruzicka, Drahos, Fialova, & Thomas, 2001) [5] (Olmos, Gentric, & Midoux, 2003) [6] (J.S, 2004) за изучаване на характера на движението на потоците, които преобладават в тези реактори. Според [12] (Camarasa, 1999) [6] (J.S, 2004) (**фигура 3**) в барботажните и ерлифт реакторите преобладават следните режими:

- Хомогенен (барботажен, мехурест) поток – при него газовата фаза се състои от малки мехури с приблизително еднакви размери, всеки се движи самостоятелно най-вече във вертикална посока, и по-малко в хоризонтална без да си взаимодействат взаимно. При този режим скоростта на газа е обикновено по малка $<0,5 \text{ m/s}$ и взаимодействията между мехурите са слаби. В такива условия, течната фаза се разбърква слабо от газовите мехурчета. Тяхната коалесценция и дробене в обема е незначително, затова техният размер може да се определи от типа на газопредаващото устройство и физичните свойства на системата газ-течност. В реактора няма интензивна циркулация.

- Турбулентен поток – настъпва когато взаимодействията между мехурите стават значителни. Хомогенният слой от мехури става нестабилен и се разрушава, от което се появяват много струпвания на мехури за кратко време. В този случай, течната фаза се издига от големия брой на струпвания на мехурите и започва да се циркулира – да се изкачва до върха на колоната и да се влива надолу в низходящата част на реактора.
- Хетерогенен режим – наблюдава се тогава когато голяма част от потока от издигащите се мехури коалесцират помежду си. Образованите големи мехури преобладават като голяма част от тях са деформирани. Дисперсията и обратното смесване при този режим са определящи.
- Пръстеновиден поток – при много висока скорост на газът. Газовият поток преминава през централната част на колоната, а течният, под формата на тънък слой – покрай стената.



Фиг.3. Видове газотечни потоци (J. S. Groen, 2004) - **A** - Хомогенен поток; **B**- Тампонен поток ; **C**- Смесен поток ; **D** – Турбулентен поток.

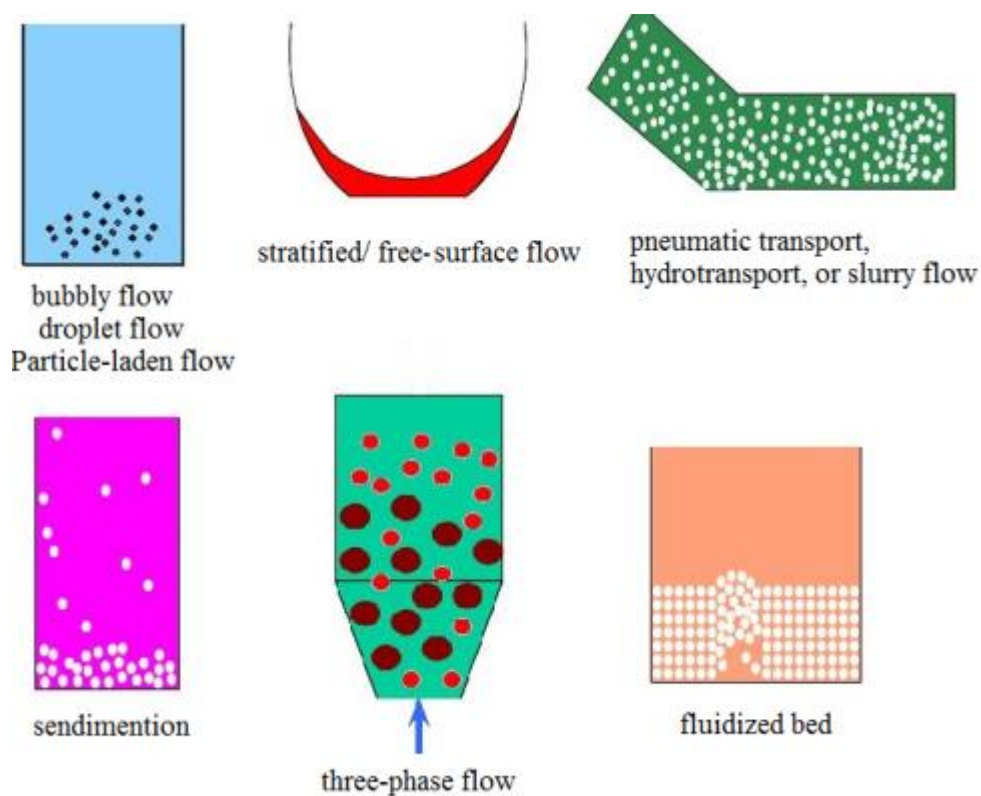
В редица химични производства се работи и с трифазни системи. Като при биотехнологичните процеси протичащи в биореакторите, биоматериал или био катализатори които учстват са твърди фази. В тези системи вече се разглеждат различните характерни хидродинамичните режими във фазите газ-твърдо и течнотвърдо вещество. За двуфазната система газ-твърдо вещество са характерни следните режими:

- Флуидизиран слой – характерен за вертикални цилиндрични колони запълнени с твърди частици (хомогенен материал или хетерогенен материал). Газът се подава през разпределителна решетка и издига частиците по височината на колоната. В зависимост от дебита на газа подаден през решетката се различават следните
- Поток с твърди частици – при този поток се намират дискретни твърди частици в непрекъснат газов поток. Характерен е за циклони, скрубери и други въздухопечиствателни апарати.
- Пневматичен транспорт – този режим на поток зависи от начина на добавяне на твърдите частици, числото на Рейнолдс и свойствата на твърдите частици. Типичен пример е движещ слой. Примери за този режим са цимент и метални прахове.

При двуфазната система течно-твърдо се разглеждат следните режими на потоци:

- Движещ слой – този режим на поток транспортира твърди частици в течната фаза. Основното поведение на този поток зависи от свойствата на твърдите частици в сравнение с течната фаза. Среща се при обработка на минерали.
- Хидротранспорт – ти се описва при гъсто разпределени твърди частици в непрекъсната течна среда. Хидротранспортът се среща при обработка на минерали, както и при биомедицински и физио-химични течни системи.
- Утаяване – този режим описва колона която съдържа обем диспергирани твърди частици. Горната повърхност на колоната се избистря, а в долната, бавно падащите частици образуват слой, а по-средата се обособява утаителна зона. Процесът на утаяване също се среща при обработка на минерали.

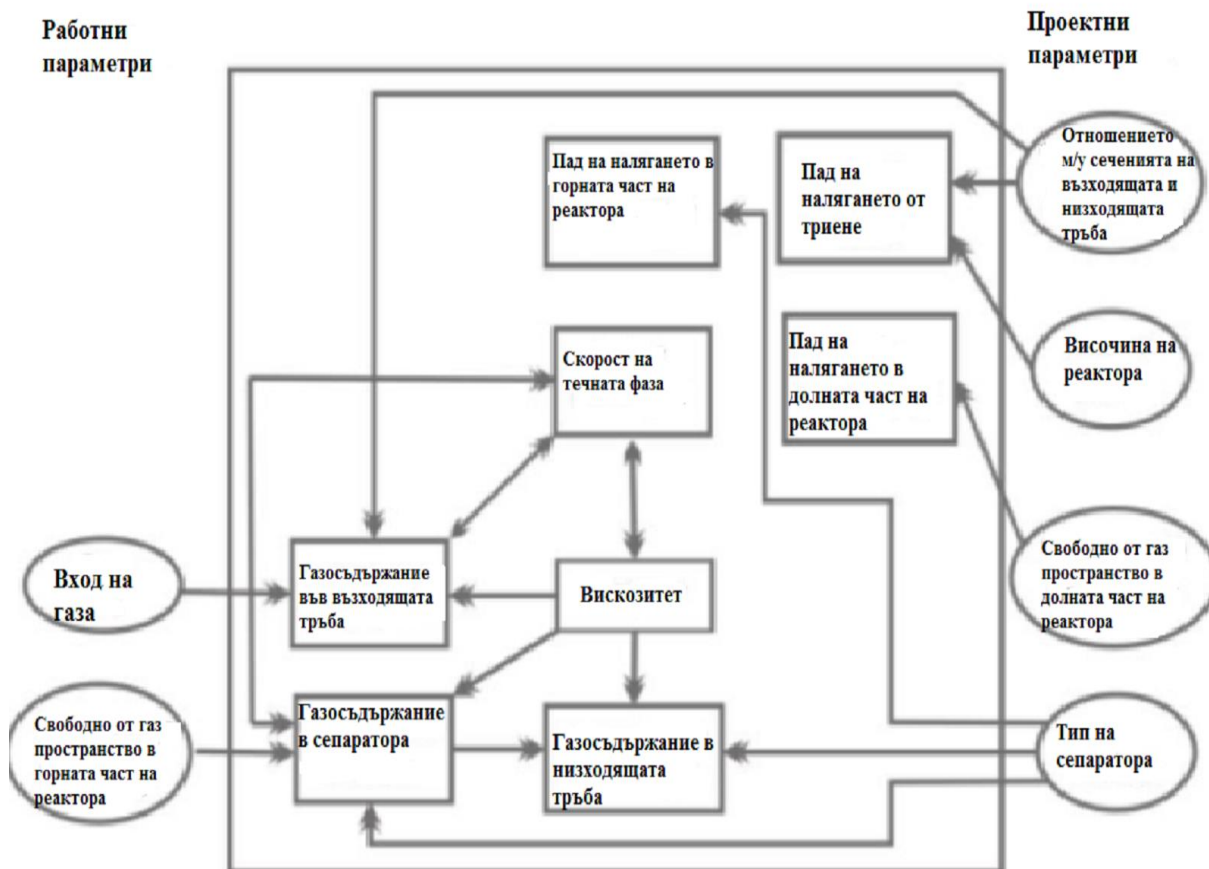
Трифазните потоци са комбинации на различните изброени режими както и други. Това включва и фаза газ-течно-твърдо или газ-твърдо-твърдо и т.н. Тези режими могат да се наблюдават и в нефтообработка, химична сепарация и др.



Фиг.4. Видове режими на флуидни потоци с твърди частици

2.2 Газосъдържание и основни зависимости

При моделирането на хидродинамиката на пневматични реактори е важно да се вземат в предвид връзките между зависимите променливи, като газосъдържание и скорост на циркулация на течната фаза и също независимите променливи, като проведената скорост на газа, физичните свойства на флуидите и твърдите частици и геометрията на реактора. Взаимовръзките между работните параметри и изследваните хидродинамични параметри в ерлифт реактора са представени на **фигура 5**



Фиг.5. Блок схема на връзката между зависимите и независимите параметри при моделиране на хидродинамиката в ерлифт реактор;

Газосъдържанието е един от най-важните параметри, които описват газотечните системи. Газосъдържанието ϵ_G се дефинира като обема на газовата фаза V_G , отнесен към целия обем на двуфазната смес ($V_G + V_L$) и се дава със следната формула:

$$\epsilon_G = \frac{V_G}{V_G + V_L}$$

т.е. газосъдържанието е обемна фракция на газовата фаза в газотечната система и може да се приеме за постоянно във всяка точка от газотечната смес, с изключението на горния слой, състоящ се от устойчива пяна.

Газосъдържанието определя още времепрестоя на газа в течността. Т.е. мехурите се нуждаят от определено време τ , за да преминават от разпределителя до върха на колоната.

В ерлифт реакторите можем да дефинираме индивидуалното газосъдържанието във възходящата тръба ϵ_r и в низходящата ϵ_d съответно чрез следното уравнение:

$$\epsilon_G = \frac{A_r \epsilon_r + A_d \epsilon_d}{A_r + A_d}$$

Където A_r е сечението на възходящата тръба, A_d е сечението на циркуляционната тръба.

Тези стойности на газосъдържанието разделени в отделни части - възходящата тръба ε_r и низходящата ε_d са много по-полезни в математичния модел и проектиране на апарата, понеже те дават основа за определянето на скоростта на циркуляцията и смесването в системата. Газосъдържание в циркуляционната тръба ε_d е по-малко отколкото в възходящата тръба ε_r . Дори при малки скорости газосъдържанието в низходящата тръба е пренебрежимо малка, понеже повечето мехури имат достатъчно време да напуснат течната среда. Степента на разликата на този параметър между двете части зависи главно от начина на подаване на газ, т.е. геометрията и позицията на барботьора в апарата.

Обикновено се публикуват средната обща стойност на газосъдържанието ε_G отнесена към целия обем на реактора. Средното газосъдържание се използва като ключов параметър за анализ на режима на течение и определяне на времепрестоя.

При ерлифт реакторите разликата в газосъдържанието между възходящата и низходящата тръба образува движещата сила за течния циркуляционен масопренос.

Газосъдържанието е един от основните параметър при дизайна и мащабирането на газотечните реактори. Стойностите на газосъдържанието зависят главно от дебитът на подаване на газа и са много чувствителни към изменение на други работни условия, като физикохимичните свойства на газотечната среда, както и типа и размерите на барботьора.

2.3 Скорост на циркулация на течната фаза (U_L)

Скоростта на циркулация е основен хидродинамичен параметър в ерлифт реактора и това, което го отличава от барботажния реактор. Тя оказва съществено влияние върху газосъдържанието в апарата, преобладаващия хидродинамичен режим, коефициентите на топло- и масопренасяне и степента на смесване в реактора.

Движещата сила на циркулация на течността е небалансираното хидростатично налягане между низходящата и възходящата тръба, предизвикано от разликата между газосъдържанието и следователно в общата плътност на флуида в двете зони. Съпротивлението за циркулационния поток на течността е определено от загубите от триене в циркулационната тръба, които зависят от скоростта на течността. Течността циркулира по точно определен път: възходящ поток във възходящата тръба и низходящ поток в низходящата тръба. Средната скорост на циркулация се дефинира като:

$$\bar{U}_{Lc} = \frac{x_c}{t_c}, \text{ където } x_c \text{ е дължината на траекторията на циркулация, а } t_c \text{ е средното време}$$

за една пълна рециркулация.

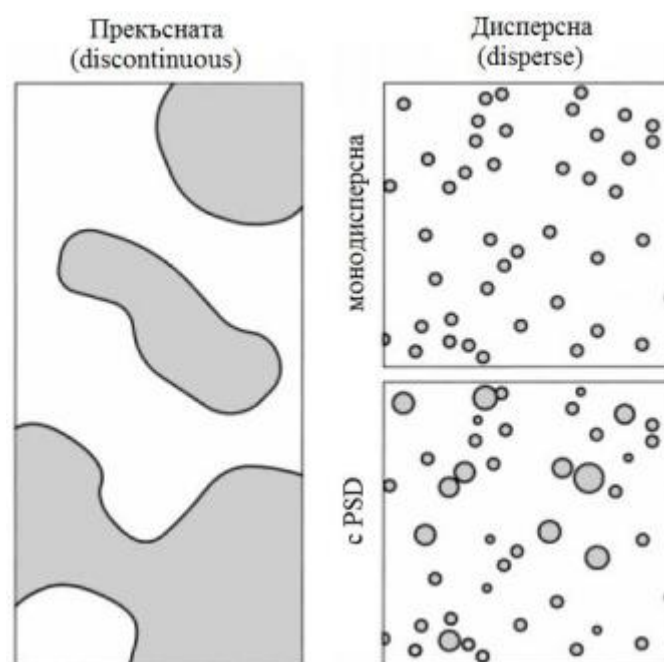
Скоростта на циркулация на течността влияе на хидродинамичната характеристика на газотечния поток, затова една от основните задачи на хидродинамичното пресмятане на ерлифт реактори е определянето на приведената скорост на течността, U_L . Тя се определя от обемния дебит на циркулиращата течност. Циркулацията зависи от разхода на подавания газ. При малки скорости на газа U_G , вследствие бързото увеличаване на газосъдържанието, приведената скорост на течността бързо нараства. При по-нататъшно увеличение на U_G настъпва преход към основния режим на движение, при който ε_G нараства слабо, а увеличаването на течността в газовия поток затруднява триенето ѝ в стените на тръбата, в следствие на което приведената скорост на течността се изменя незначително.

Скоростта на циркулация на течната фаза в зависимост от приведената скорост на газа се дава със следната зависимост [2] (Merchuk, 1986) [3] (Onken, 1983)

$$U_L = \omega U_G^v$$

където ω зависи от геометрията на реактора и свойствата на течността, а v е функция на режима на потока и геометрията на реактора [3] (Onken, 1983). Това уравнение е чисто емпирично и няма общоприета форма на зависимостта на ω от геометрията на ерлифт реакторите. [2] (Merchuk, 1986) [3] (Onken, 1983) установяват, че експонентата v е приблизително 0,4 в два различни по геометрия ерлифт реактора, при използването на вода като течна фаза.

2.4 Многофазни системи



Фиг.6. Класификация на многофазните системи по геометричен признак

Многофазните системи се характеризират с междуфазова повърхност, при която свойствата на флуида (флуидите) се изменят скокообразно [13] (Чернев, 2014). Една от възможните класификации е тази по геометричната структура на системата. Когато отделните фази са с приблизително еднакъв обем, тогава системата се нарича прекъсната (discontinuous system). А ако една от фазите е съставена от твърди или флуидни частици с малки размери в сравнение с тези на общата система, то тази система се нарича дисперсна (Фиг. 3). Частиците се наричат дисперсна фаза, а останалата част от системата се нарича непрекъсната. Основната величина, характеризираща многофазните системи са обемните части на всяка от участващите фази α_i . За i -тата фаза това е отношението на заемания от нея обем V_i към този на цялата система V :

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V}$$

Сумата на всичките обемни части е единица:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

Друга много важна величина за многофазните дисперсни системи е разпределението на частиците по големина (Particle Size Distribution (PSD)). Много взаимодействия между отделните фази зависят от PSD, като например Архимедовата сила (buoyancy force) или топлообмена, ето защо е необходимо да се знае и PSD. Най-лесните за моделиране системи са монодисперсните системи, при които всичките

частици са с еднаква големина. Възможно е в някои случаи междуфазните взаимодействия да не се изчисляват или да се пренебрегнат, в този случай системата може да се моделира като монодисперсна.

Друга класификация на многофазните системи може да се извърши по това как фазите променят състоянието си при взаимодействието си. Ако частиците се придвижват заедно с непрекъснатата фаза, но влияят незначително върху скоростното ѝ поле (или което и да е друго поле, температурно, това на налягането, плътността и пр.), то това взаимодействие се нарича едностранно (one-way interaction) взаимодействие. Системи с такова взаимодействие не е необходимо да се моделират като многофазни – скоростното поле в този случай се моделира като за еднофазна система, а обемните части се третираат като концентрации.

3. Математично моделиране на хидродинамичния процес в ерлифт реактори

3.1 Различни модели за описание на турбулентност

Турбулентният поток, има вихрова структура, при което се различават едромасштабни и дребномасштабни вихри. При преноса на импулс участват всички видове вихри. Най-големите вихри имат мащаб от порядъка на основното течение. В процеса на турбулентен пренос те се разпадат на по-малки вихри, които от своя страна се разпадат на още по-малки, докато се стигне до вихри с такъв малък мащаб, че върху тях започва да влияе вискозитетът и кинетичната им енергия чрез вискозното триене се превръща топлинна. Този процес се нарича вискозна дисипация на механичната енергия. Съществува, следователно, цяла каскада на пренос в турбулентните потоци.

Предложеното от Рейнолдс разделяне на турбулентното течение на осреднено, “псевдоламинарно” и пулсационно има определен физичен смисъл, който го отличава от ламинарното течение. Така например, ние можем да въведем за осредненото течение линии на потоците успоредни на стените и да го разглеждаме като слоесто, но не трябва да забравяме, че тези слоеве са проникваеми за пулсационните съставки, които пренасят от едно място на друго крайни обеми от течност наречени “*моли*” със съответните им количество движение, енергия и маса.

Първата полуемпирична теория за турбулентния пренос е теорията на Бусинеск (Boussinesq). По аналогия с ламинарните течения той въвежда т.н. турбулентен вискозитет:

$$\tau_{xy}^{(t)} = -\mu^{(t)} \frac{d\overline{v}_x}{dy}$$

Голямата трудност при решаването на задачи с турбулентност е, че за да се „обхванат“ тези високочестотни колебания е необходимо да се използват мрежи с много малки размери и много малки стъпки във времето. Броят на клетките N необходими за пълна тримерна турбулентна симулация е равен на:

$$N = 5^3 Re^{\frac{9}{4}}$$

, където Re е критерия на Рейнолдс за съответното течение.

Първоначално стойността на $\mu^{(t)}$ е считана за постоянна, което е твърде далеч от реалната физическа картина на процеса.

Сериозен напредък в развитието на теорията на турбулентността е направен с хипотезата на Прандтл за пътя на смесване. Прандтл изхожда от аналогията между преноса в ламинарния поток, който се извършва чрез хаотично движение на молекулите, и турбулентния пренос, който се извършва чрез хаотично движение на крайни по обем “*моли*”. За разлика от молекулите, молиите са временни образувания. Те възникват и съществуват за определено време, при което се движат хаотично, пресичайки отделните “слоеве” на осредненото псевдоламинарно течение и се

разрушават. През времето на своето съществуване „**молът**“ не взаимодейства с околната течност. При неговото разпадане неизбежно възниква пулсация.

Решението на турбулентните проблеми се свежда до определяне на турбулентните вискозитети. За целта са съставени модели за турбулентност, базиращи се на приблизителни емпирични уравнения. Потребителят трябва да избере един от моделите на турбулентност.

По-долу са показани най-често използваните модели за описание на турбулентните течения.

1.Zero Equation Model - Алгебричен модел - без диференциални уравнения

- Предимства - елементарен за пресмятане

- Недостатъци - не дава добри резултати при наличие на циркуляционни зони и работи при по-проста геометрия.

2.One equation model: k-модел и μ - модел

3.Two equation models k- ϵ модели, k- ω модели

- Предимства - дава реалистична картина, особено при турбулентни течения в тръби и канали.

- Недостатъци - Използването му в някои случаи води до “преувеличение” на турбулентността на потока.

4. Reynolds stress models напрежен RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes).

При RANS модела всичките транспортни величини се осредняват за всичките турбулентни колебания във времето, което позволява използването на относително груби мрежи за голям брой системи, с предимството, че не са необходими големи изчислителни ресурси. Влиянието на турбулентността се отразява с допълнителни уравнения в модела. Осредняването при RANS се основава на факта, че големините на турбулентните колебания и останалия поток в системата се различават значително. Поради това Рейнолдс е предложил параметрите на течението да се разглеждат като сума от две съставлящи: осреднена във времето съставляща и пулсационна съставляща.

Горните турбулентни модели на турбулентност, с изключение на **Zero Equation Model**, в граничните слоеве флуид/стена се комбинират с моделите за граничен слой.

k- ϵ моделът на турбулентност не е валиден директно за граничния слой. За крайните елементи в близост до стената в ANSYS се използват няколко модели за турбулентните гранични слоеве.

3.2 Модели за многофазни системи

Метод Ойлер-Ойлер: Методът Ойлер-Ойлер е предпочитания метод за моделиране на системи с относително големи стойности на обемните части на дисперсните фази, а също така и за системи с относително големи по размери частици на дисперсните фази. Транспортните уравнения при този метод са същите както за еднофазните системи, но са умножени с обемните части на съответната фаза и са

добавени някои източникови членове, които да отразят междуфазовите взаимодействия. За уравнението на движението такива взаимодействия са сили. За всичките системи, при които има относителна скорост между отделните фази силата на съпротивлението (drag force) е от най-голямо значение. Това е основната сила, която предотвратява непрекъснатото увеличаване на относителната скорост между фазите.

Метод Ойлер-Лагранж. При този подход за моделиране на дисперсни многофазни системи непрекъснатата фаза се моделира с познатите уравнения за еднофазна система с добавени членове отразяващи взаимодействията между фазите. Докато дисперсната фаза се моделира по различен начин. Частичите се разделят на отделни групи, които се разпределят по такъв начин в изследваната област, че да дават представа за обемните части и свойства на дисперсната фаза. Траекториите и скоростите за всяка от тези групи P_i се получават от следните обикновени диференциални уравнения:

$$\frac{d\vec{x}_{P_i}}{dt} = \vec{v}_{P_i} \qquad m_{P_i} \frac{d\vec{v}_{P_i}}{dt} = \sum \vec{F}_i$$

Където $\vec{x}_{P_i}$ е местоположението на i -тата група, $\vec{v}_{P_i}$ е нейната скорост, m_{P_i} е нейната маса и $\vec{F}_i$ са силите възникващи между фазите.

Метод Volume of Fluid. Когато междуфазовата повърхност се премества значително се използва метода наречен Volume of Fluid (VOF). При него обемните части стават транспортна променлива и имат транспортно уравнение подобно на това при метода Ойлер-Ойлер. Обемните части в повечето клетки са или единица или нула и само при междуфазовата повърхност тази стойност е между тези две гранични стойности. Точното местоположение на граничната повърхност зависи от обемните части в клетката, а ориентацията ѝ в пространството е нормална на градиента на обемните части.

3.3 Метод на крайните елементи

Основното при този метод е, че всяка непрекъсната величина (налягане, температура) може да се апроксимира с дискретен модел, който се състои от непрекъснати функции (полиноми), които са определени за краен брой подобласти(крайни елементи).

В рамките на всеки краен елемент се дефинира краен брой точки, наречени възли, в които стойността на величината е неизвестна и трябва да бъде получена при решението на система от уравнения, която описва процеса.

Първата стъпка при решаването на задача по метода на крайните елементи е дискретизацията на изследваната област. Тя включва формата, размерите и броя на крайните елементи, на които се разбива областта при етапите описани по долу:

- **Разбиване на изходната област на подобласти – елементи**

-разбиване в двумерните области (2D) – триъгълници, правоъгълници;



Фиг.7. Елементи в двумерната област

-разбиване в тримерното пространство (3D) – тетраедри и паралепипеди;



Фиг.8. Елементи в тримерната област

- **Дефиниране на подходяща функция за дадена задача**

Като подходяща функция се използват полиноми, които за всеки елемент на дадена подобласт са полиноми на определена степен с неизвестни коефициенти, но са непрекъснати за цялата област.

Еднозначността на определяне на полином във всяка област се обуславя от това, че всяка една възлова точка на подобласта се задават фиксирани стойности на полинома.

- **Формиране и решение на система дискретни (алгебрични) уравнения.**

Приблизително решение по МКЕ се приема допустима функция, на която параметрите се определят с някакво интегрално тъждество или по вариационен начин. В резултат на това, изходната задача се свежда до система дискретни алгебрични уравнения, решението на която представляват търсени параметри(коефициенти) от приблизителното решение.

- **Оценка на точността от полученото решение**

Точността, с която допустимата функция апроксимира търсеното решение на изходната задача. Математичното изследване на метода показва, че крайните полиномни функции, при известна непрекъснатост на търсеното решение, обезпечават

много точно решение, ако се въведат достатъчен брой подобласти (елементи) или се използва полином от по-висока степен.

- **Верификация и валидация на модела**

На базата на валидация и верификация на модела се прави оценка за достоверността на резултатите. Валидация имаме когато резултатите получени при решението с математичния модел се сравняват с емпирични данни получени от експерименти.

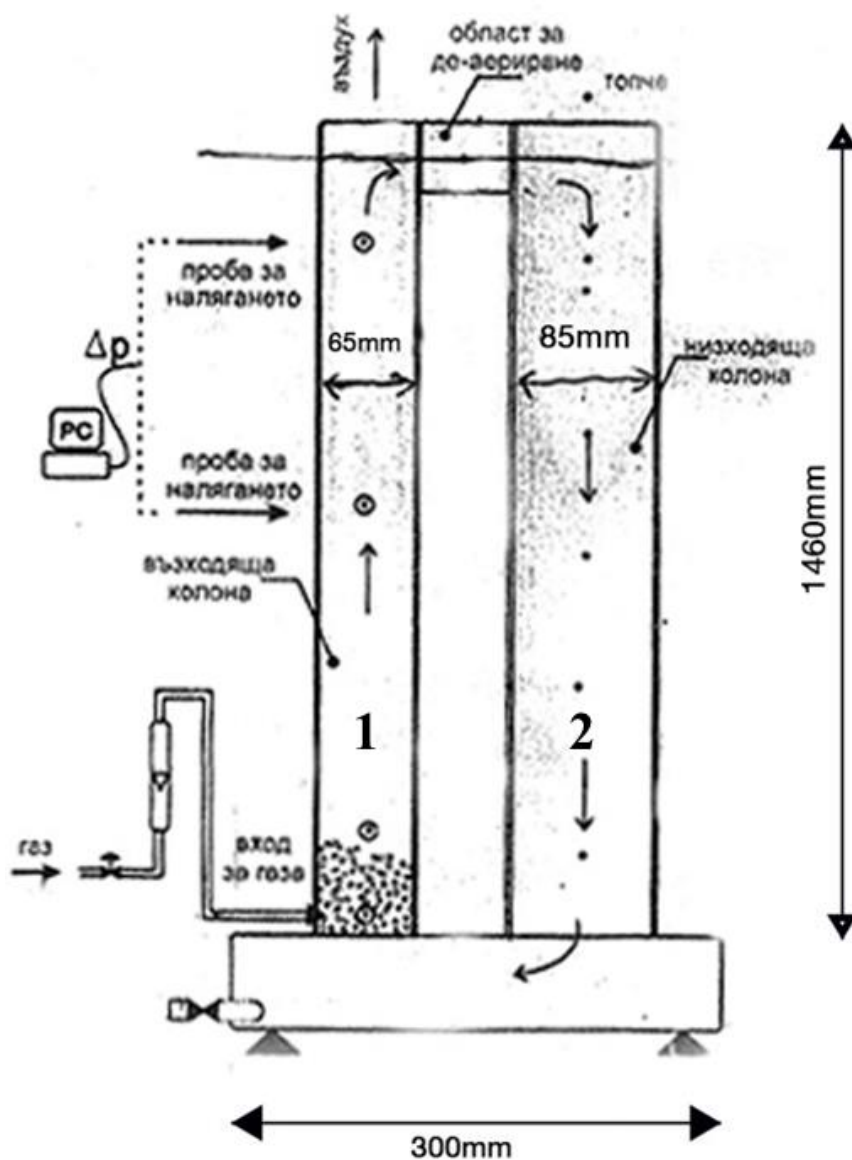
Така се прави оценка на реалистичността на модела. Процес на верификация на модела е когато е необходимо да бъде направена оценка на модела за неговата способност да дава вече известни резултати и неговото съответствие със законите за запазване на маса, енергия и др.

III. Експериментална част

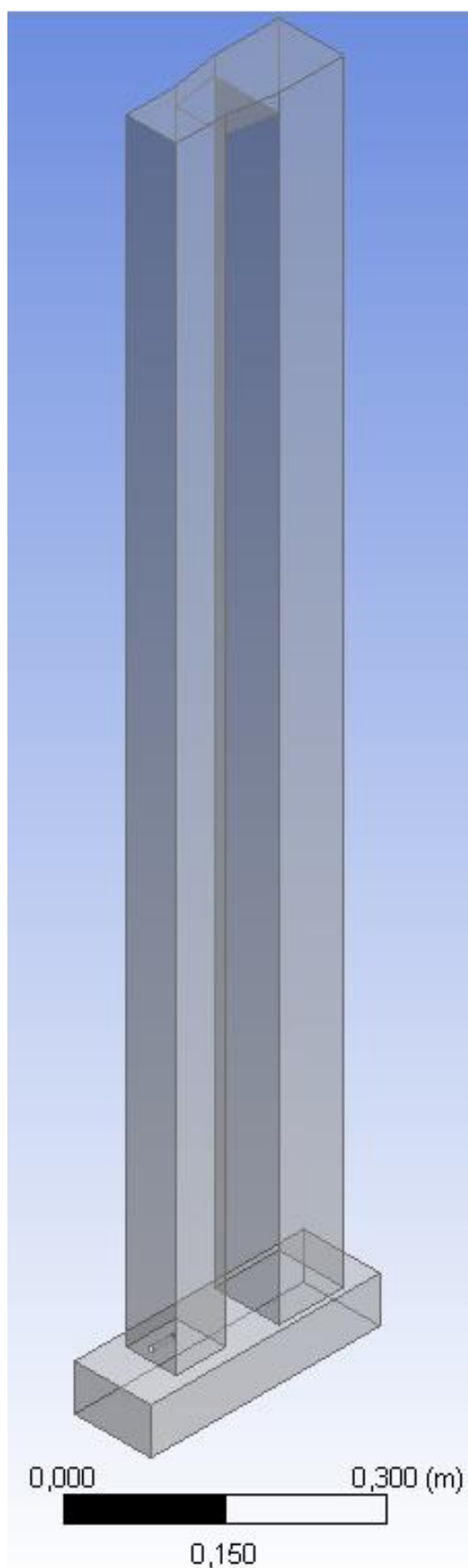
1. Обект на изследване

Направена е компютърна симулация с помощта на CFX ANSYS на правоъгълен ерлифт реактор с трифазна система газ-твърдо-течност показан на **фигура 9**. [8] (Борисов, 2003)

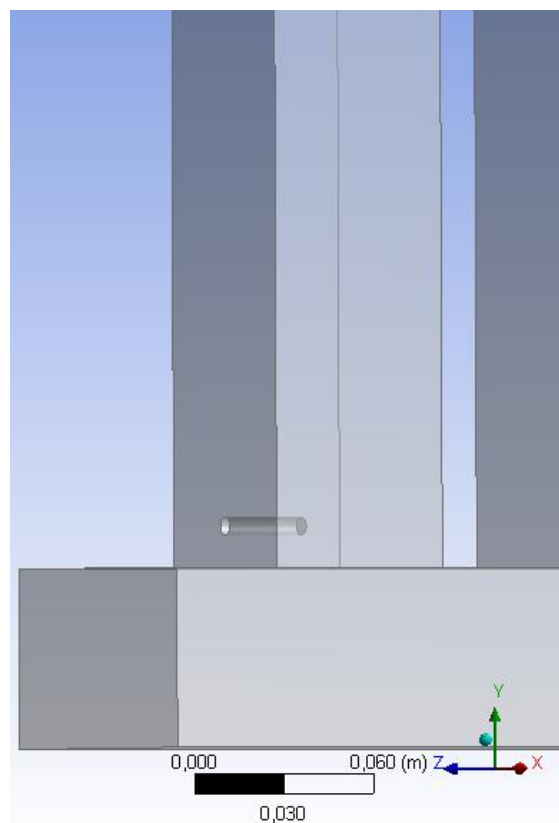
Реакторът представлява две вертикални колони (низходяща и възходяща) с квадратно сечение. Общата височина на колоните е 1460 mm , колоните и са с размери 65 mm (riser) и 85 mm (downcomer). Те са свързани в основата си една с друга чрез обща камера. В горната част двете колонии също са свързани с общ открит канал с широчина 50 mm , който позволява циркулация на течността и напускането на газовата фаза от колоната.



Фиг.9. Схема на опитната инсталация



Фиг.10. Триизмерна схема на възходяща и низходяща тръба



Фиг.11. Триизмерна схема на барботьора

2. Метод на изследване

2.1.Описание на използвания софтуерен продукт

Продуктът „ANSYS” предлага цялостен софтуерен пакет, който обхваща голяма гама от физиката, осигуряване на достъп до почти всяка сфера от инженерна симулация. Софтуерът е широко използван от инженери и дизайнери в широк спектър от индустриални задачи. Компанията се фокусира върху развитието на отворени и гъвкави решения, които дават възможност на потребителите да анализират проекти директно на работния плот. „ANSYS” инструментите за анализ на известния CFD включват ANSYS Fluent и ANSYS CFX [9] (Freedman, 47), които се предлагат отделно или заедно във вързопа ANSYS CFD [10] (Chisti, 1989).

CFD намира все по-широко приложение в различни индустрии, като аерокосмическа, автомобилна, строителство на различни сгради и съоръжения (едни от последните приложения са при моделирането на вятърни турбини и нефтени сонди), химическа, металургия, машино- и уредостроене.

Основните етапи, през които се преминава при числено изследване посредством CFD са: построяването на математичен модел, дискретизацията му, численото му решаване и интерпретация на получените резултати.

ANSYS CFX [11] (García-Ochoa, 1997) е софтуер с висока производителност. Напредналата технология е ключът към постигането на надеждни и точни решения – бързо и енергетично.

2.2 Изграждане на триизмерен геометричен модел на избрания реактор за компютърна симулация в средата на ANSYS - CFX 16.

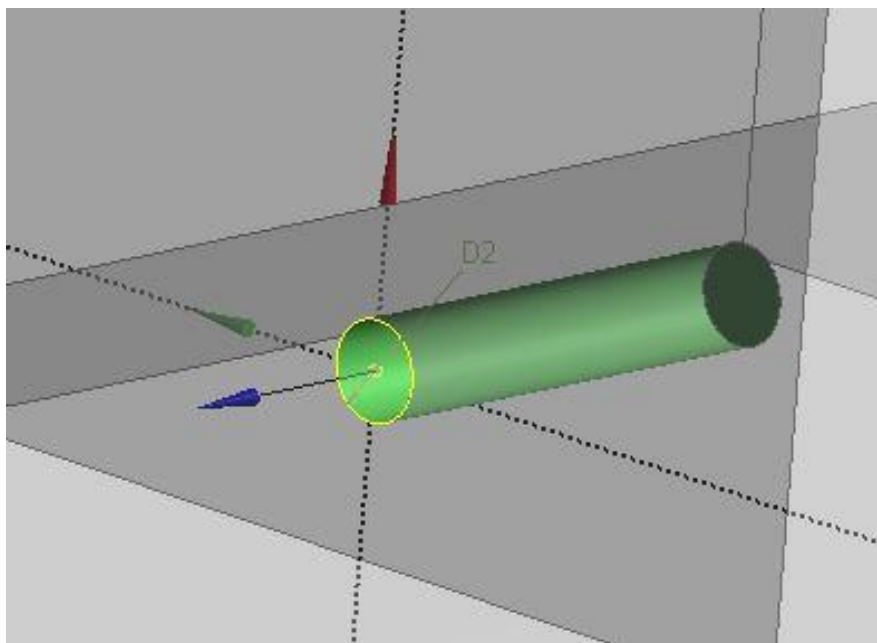
За изграждането на триизмерен (3D) модел е генериран 2D чертеж. За създаването на схемата, барботьора и външната циркулационна тръба в средата на ANSYS Workbench Design Modeler са използвани някои от основните функции:

- Line – за построяване на линии;
- Circle- за изчертаване на окръжност;
- Arc by 3 points – за изчертаване на дъга по 3 точки;
- Arc by centre – за изчертаване на дъга по 2 точки и център;
- Trim – за изтриване на ненужните линии;

За оразмеряване на чертежа се използват следните функции:

- Horizontal – за хоризонтални размери;
- Vertical – за вертикални размери;
- Radius – за радиус;
- General – линейни размери;

Функцията **Extrude** е използвана при изчертаване на барботьора:

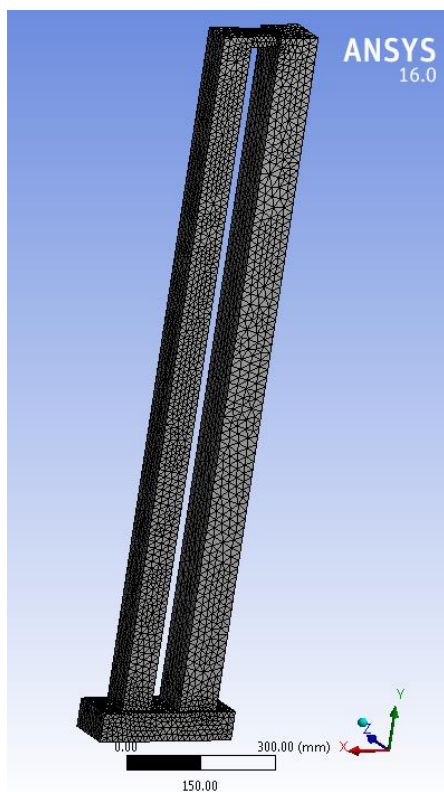


Фиг.12. Схематично представяне на изчертаването на барботьора

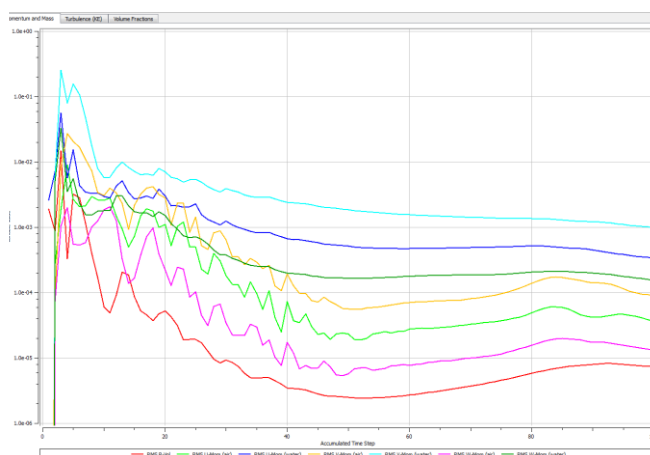
Барботьорът представлява цилиндрична тръба с диаметър $d = 6 \text{ mm}$ и дължина 30 mm поставена на 14 mm над дънната камера на реактора във възходящата колона. Функцията Symmetry  е използвана за разделяне на геометричния модел спрямо равнина на симетрия за по-лесно изчисляване на трифазната система.

2.3 Верификация на избрания модел по отношение на елементната мрежа

В началото е извършена компютърна симулация на процеса с мрежата от контролни обеми показана на фигура, генерирана от компютърната система по подразбиране (без специални настройки на параметрите). Пресмятанията са извършени при максимален брой на итерациите равен на сто, като са следени кривите дадени на **Фигура 14**, показващи средно квадратичното отклонение между две итерации за налягането и количеството на движението.



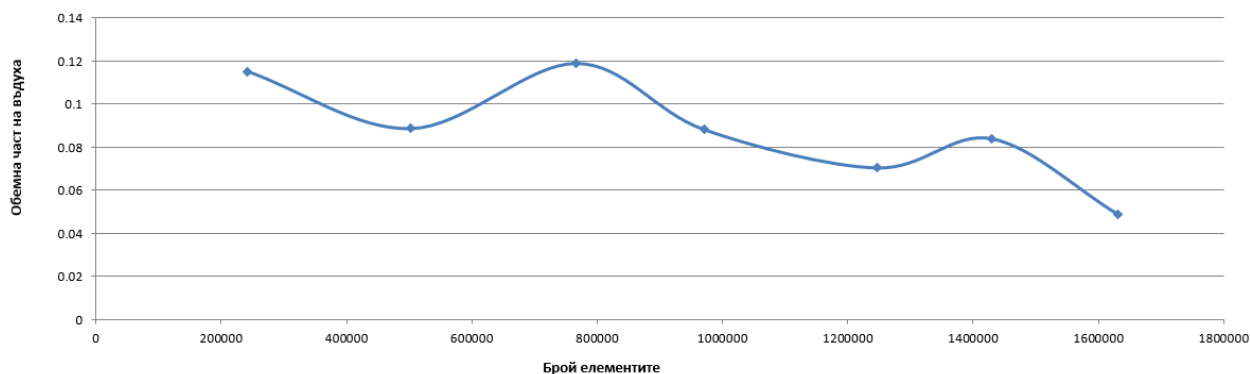
Фиг.13. Мрежата от контролни обеми по подразбиране



Фиг.14. Криви на сходимост

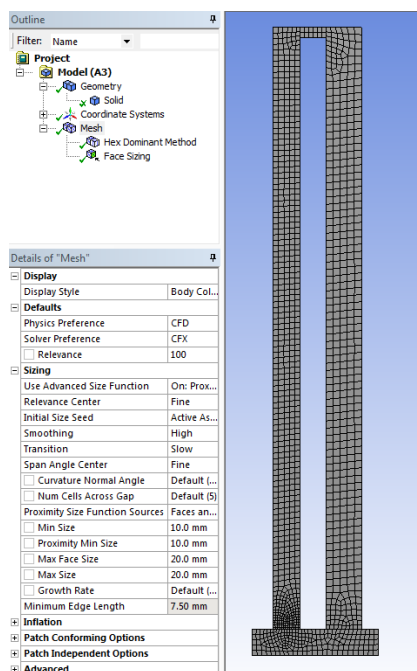
Както се вижда повечето от кривите показани на **Фигура 14** са разположени над $1.0\text{e-}04$ - стойност, която обикновено се определя като желателна за оценка на точността на решението.

Тъй като елементната мрежа не е част от характеристиките на изследвания процес, нейните параметри не би трябвало да влияят на получаваните резултати.



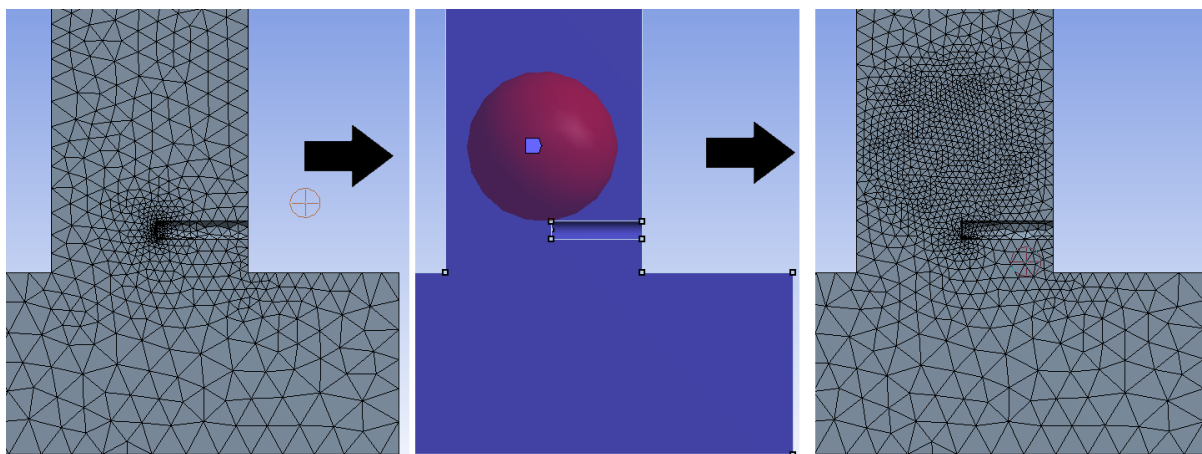
Фиг. 15. Гъстота на контролните обеми

На **фигура 15** са показани резултати за средното газосъдържание в колоната в зависимост от гъстотата на елементната мрежа. Получената графика показва изразено влияние на броя на елементите върху газосъдържанието, поради което се приема, че елементната мрежа, генерирана по подразбиране не е подходяща за изследването.



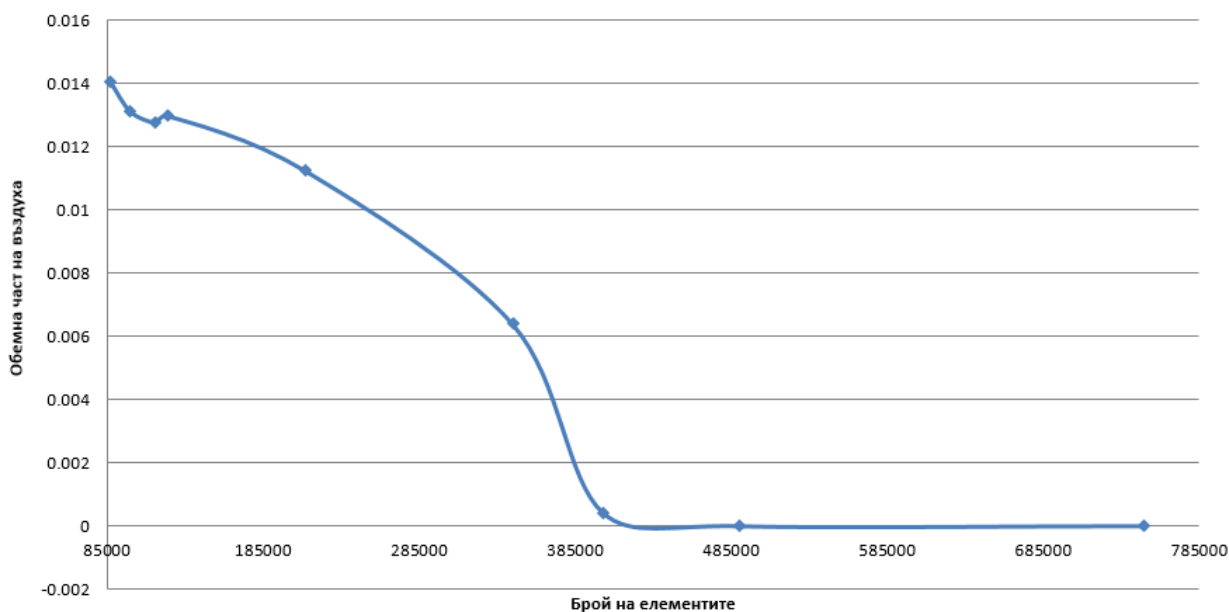
Фиг.16. Мрежа от контролни обеми създадена по Hex Dominant Method.

Един от възможните начини за подобряване конфигурацията на елементната мрежа е промяна на формата на клетките на мрежата, която да моделира краевите ефекти на течението, както е показано на **фигура 16**. За целта се създава мрежа по метода Hex Dominant Method, и допълнително Body Sizing Method, чрез който съгъстяваме мрежата на мястото където ще са поставят твърдите частици.



Фиг.17. Сгъстяване на мрежата чрез Body Sizing Method

Пресмятанията са извършени при максимален брой на итерациите равен на 100. На долната **фигура 18** са показани резултати за разликата Δ между максималната и минималната стойност на газосъдържанието в едно напречно сечение намиращо се по средата на височината на домейна, получени при различен брой елементи на мрежата.



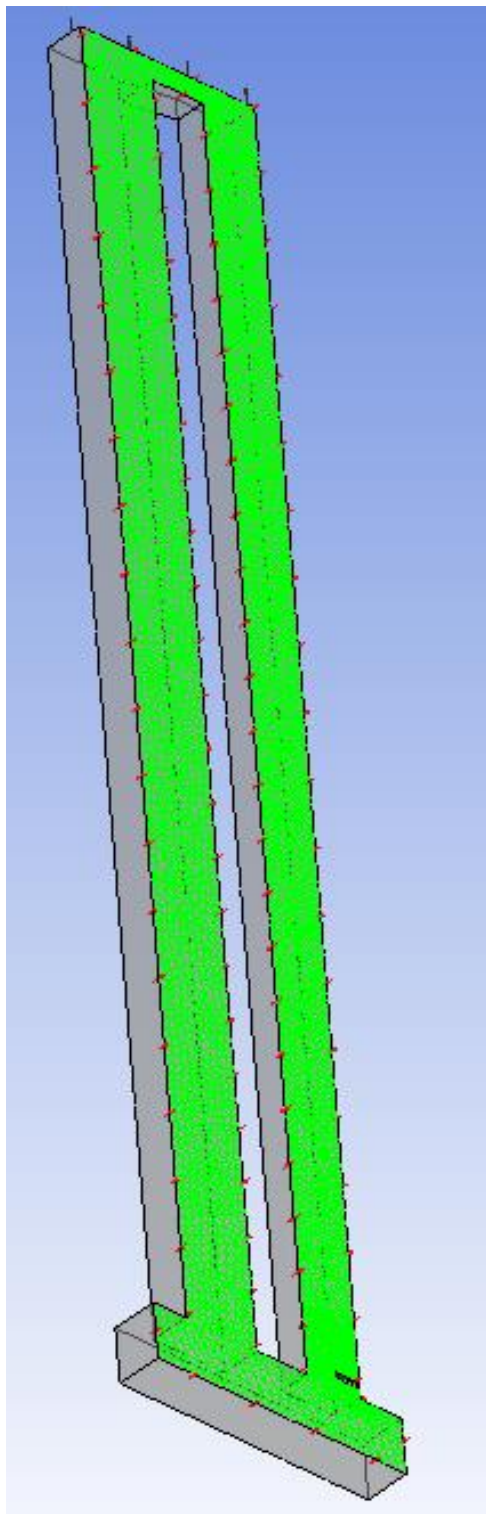
Фиг.18. Гъстота на контролните обеми

Както се вижда от графиката на **фигура 18**, има изразено влияние на броя на елементите на мрежата върху стойностите на газосъдържанието до определена гъстота (~385 000 елемента), след което това тяхното влияние става незначително (хоризонтален участък на графиката). Поради това се приема, че елементната мрежа, генерирана по този метод е подходяща за провеждане на настоящото изследване. На базата на проведения анализ се установява, че при мрежа с гъстота 485 000 елемента се получават най-добри резултати.

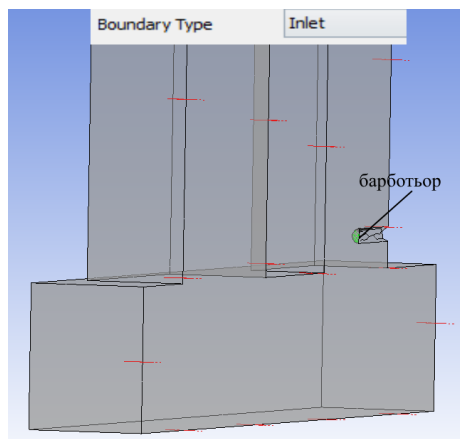
Увеличаването на броя на елементите до 785 000 не води до подобряване на разположението кривите, а също така отнема много време за изчисление и изисква по-голям ресурс от компютъра. Поради тази причина по нататъшните пресмятания са извършени с мрежа, чиито брой на елементите е около 485 000.

3. Задаване на условия за компютърна симулация

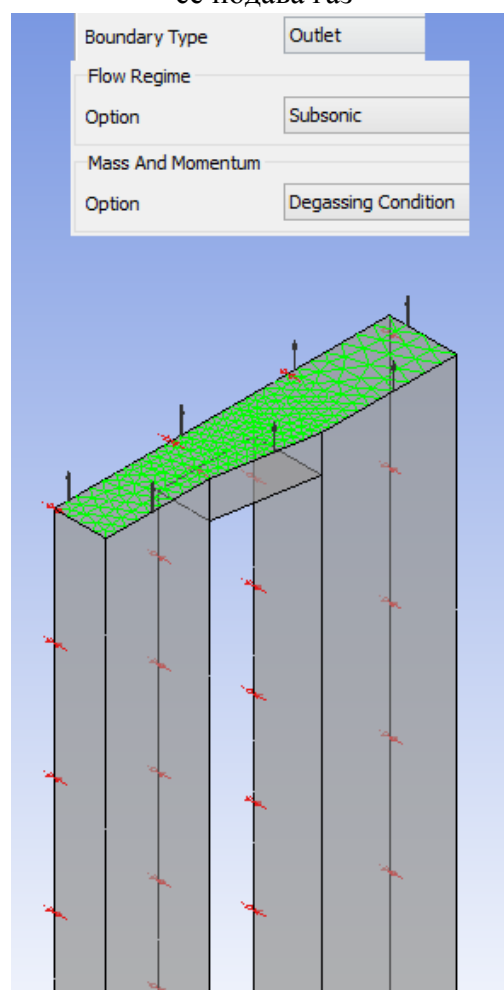
За оптимизиране на изчислителните ресурси се задава осева симетрия на геометрията на реактора, т.е. може да се моделира половината от реактора и получените резултати да бъдат приети за целия реактор. Във **фигура 19** се вижда симетричната равнина по която е разделена геометрията на реактора на две еднакви половини.



Фиг.19 Симетрична равнина на реактора



Фиг.20 Мястото на барботьора от който се подава газ

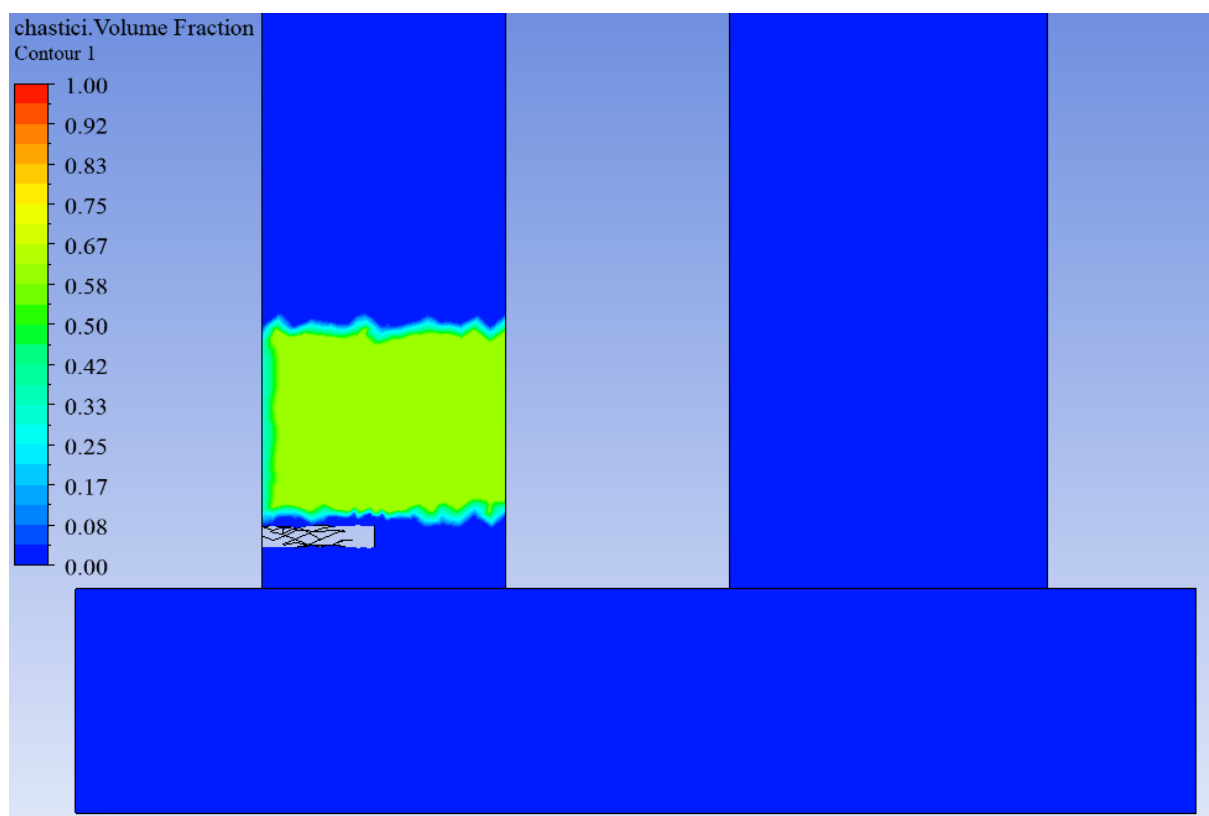


Фиг.21 Повърхността на деаериращата камера

Във възходящата колона на дъното е поставен барботьорът, през който се подава газа в системата с пет различни скорости (0.25 , 0.75 , 1 , 1.5 и 3 m/s) (фигура 20). В колона 1 се осъществява възходящо движение на газотечната смес, а в циркуляционната тръба 2 – низходящо движение на газотечната смес. Камерата на върха на реактора свързваща двете колони, където газът се отделя от системата се представя чрез функцията *Degassing* (фигура.21).

В газовата фаза мехурите се задават с диаметър $d_b = 6\text{ mm}$ без да се отчита дробенето и коалесценцията им. За моделиране на турбулентността на газотечния поток е избран **k-ε** модела.

Над барботьора са поставени пластмасови сферични частици с диаметър $d_p = 5\text{ mm}$, и плътност $\rho = 1280\text{ kg/m}^3$, които симулират биомаса покриваща пълнежа използван в водопречиствателните съоръжения. Количеството на частиците добавени във възходящата тръба е 160 g и заемат около 5 cm (в нефлуидизирано състояние) (фигура 22). Обемната част в тези 5 cm височина на възходящата тръба е $59,2\%$.

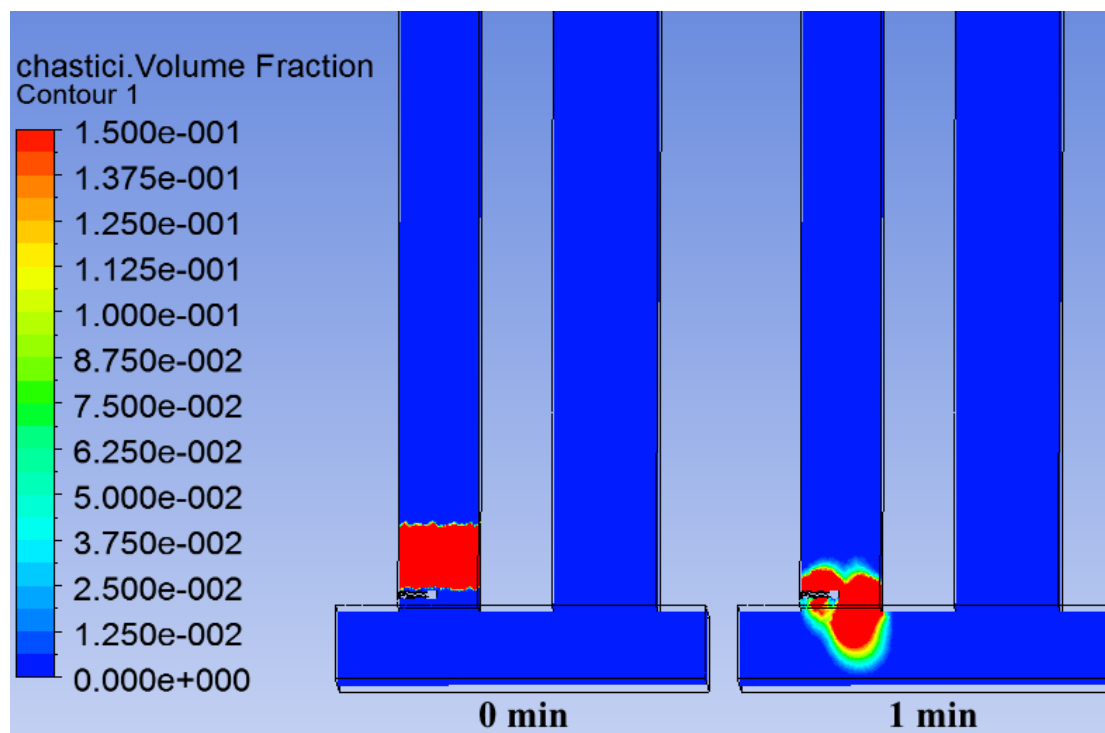


Фиг.22. Начално състояние на твърдите частици

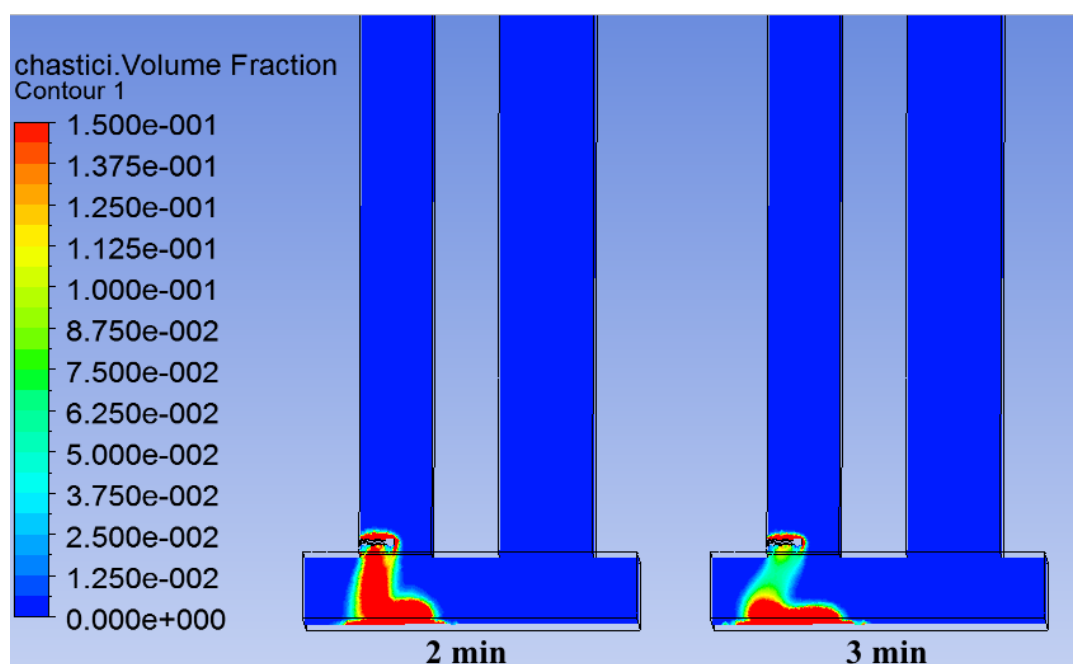
4. Обсъждане на опитните резултати

4.1. Поведение на твърдите частици без аериране

Получените числени резултати за разпределението и утаяването на твърдите частици са изчислени при стъпка във времето $\Delta t = 0.2$ s. На **фигура 21** и **фигура 22** е представено под формата на цветни контури утаяването на твърдите частици.



Фиг.21 Обемната част (0-15% диапазон) на твърдите частици при началното състояние и 1-та минута на решението

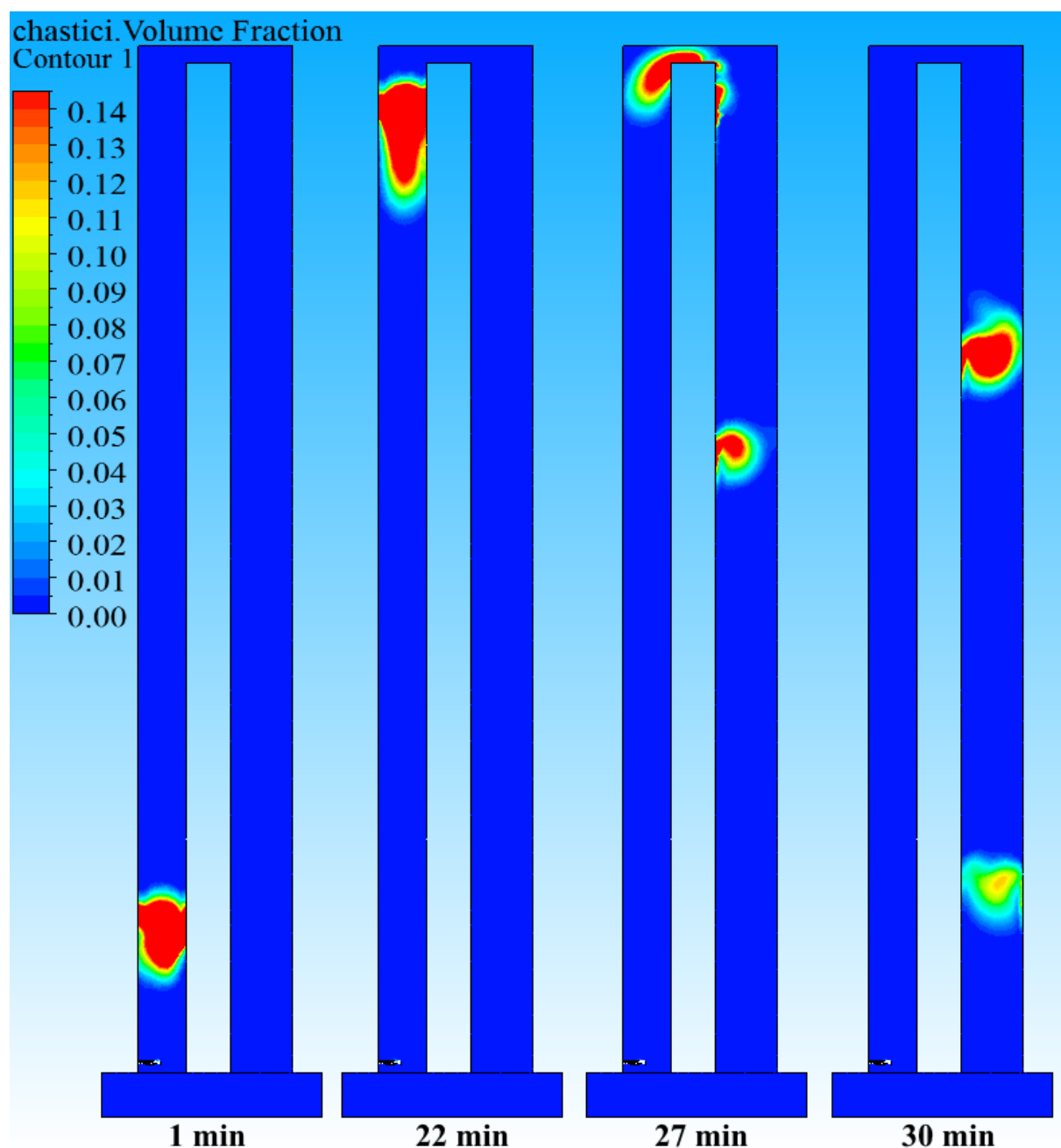


Фиг.22 Обемната част (0-15% диапазон) на твърдите частици при 2-рата и 3-тата минута на решението

Както се очаква, фракцията от твърди частици се утаява до дъното на реактора след 3 min. Определена част от твърдите частици не успяват да достигнат дъното и остават на повърхността барботьора.

4.2. Движение на твърдите частици при скорост на газа 3 m/s.

Резултати на **фигура 23** са от числен експеримент проведен със скорост на газа подаван през барботьора 3 m/s, което съответства на дебит 305 l/h и за време на изчисление 30 min.



Фиг.23. Обемната част (0-15% диапазон) на твърдите частици във различни времеви моменти от симулация

От представените на горната фигура цветни контури за изменение на концентрацията на твърдите частици в ерлифт реактора, може да се каже, че при скорост на газа – 3 m/s , целият обем от твърдите частици се издига до върха на възходящата колона за време – 22 min . След което обемът от частиците се състява и приплъзва през деаериращата камера, където скоростта на течната фаза е най-голяма.

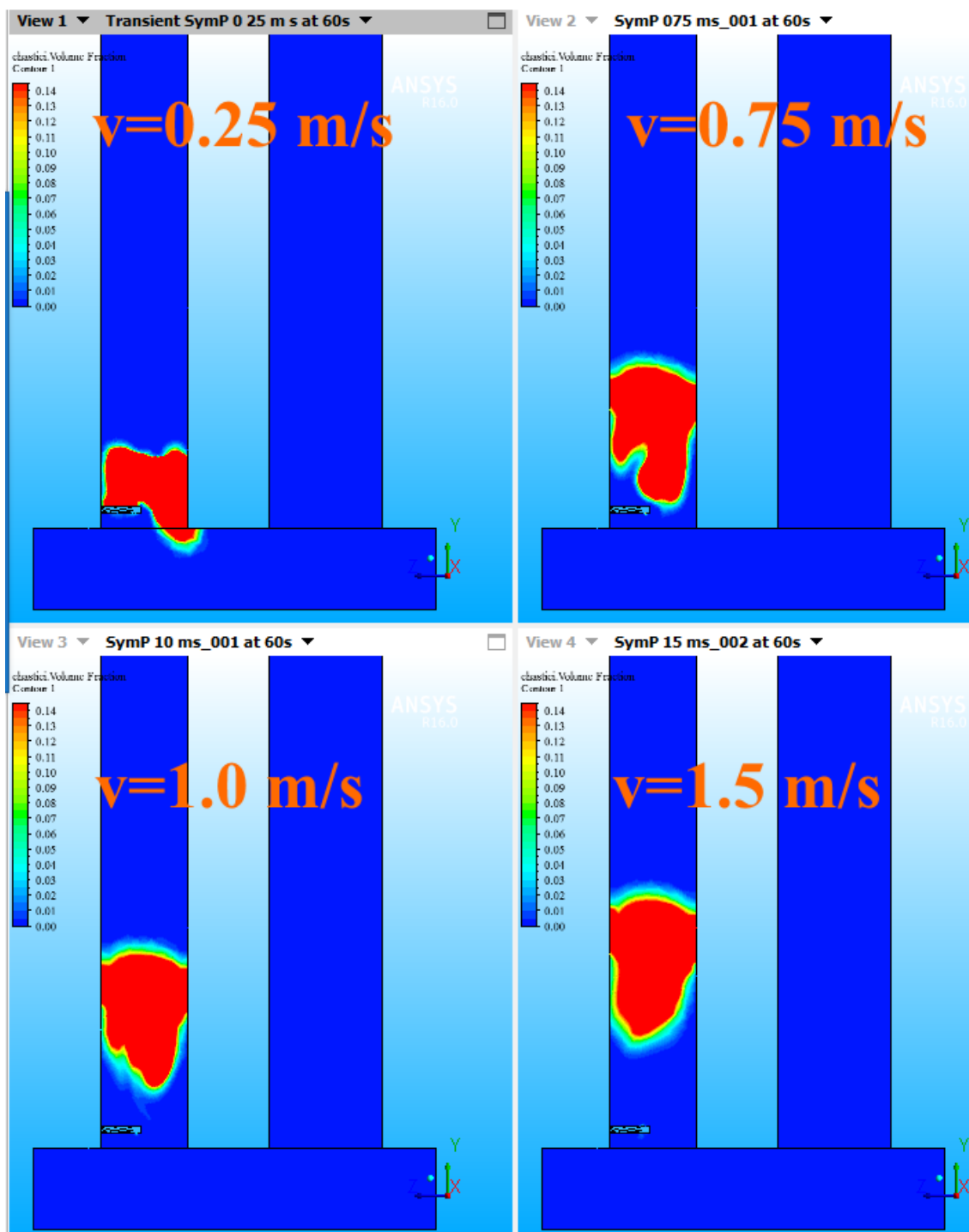
На 27 min се вижда ясно че малка фракция от твърдите частици се отделя и се спуска по низходящата колона, а останалите твърди частици все още се приплъзват по стените на деаериращата камера и на двете колони.

На 30 min целият обем от твърдите частици вече е постъпил в низходящата колона и се предвижва надолу по дължината ѝ увлечени от течния поток и под действието на гравитацията.

4.3. Движение на частиците при по-малки дебити на газоподаване

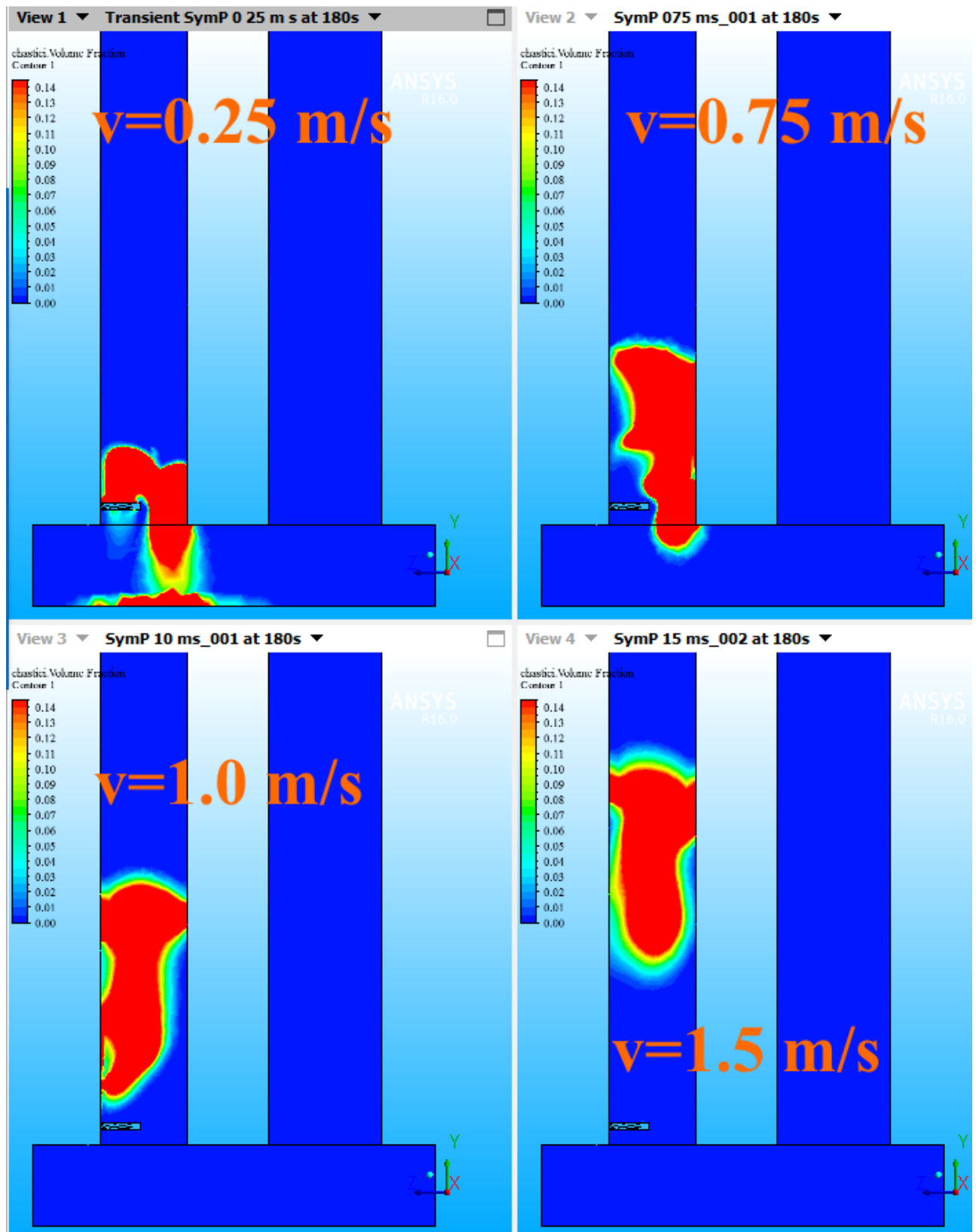
Показаните по-долу числени резултати са получени при постепенно увеличавана на скоростта на подавания през барботьора газ: 0.25 m/s , 0.75 m/s , 1.0 m/s и 1.5 m/s .

t=60 s



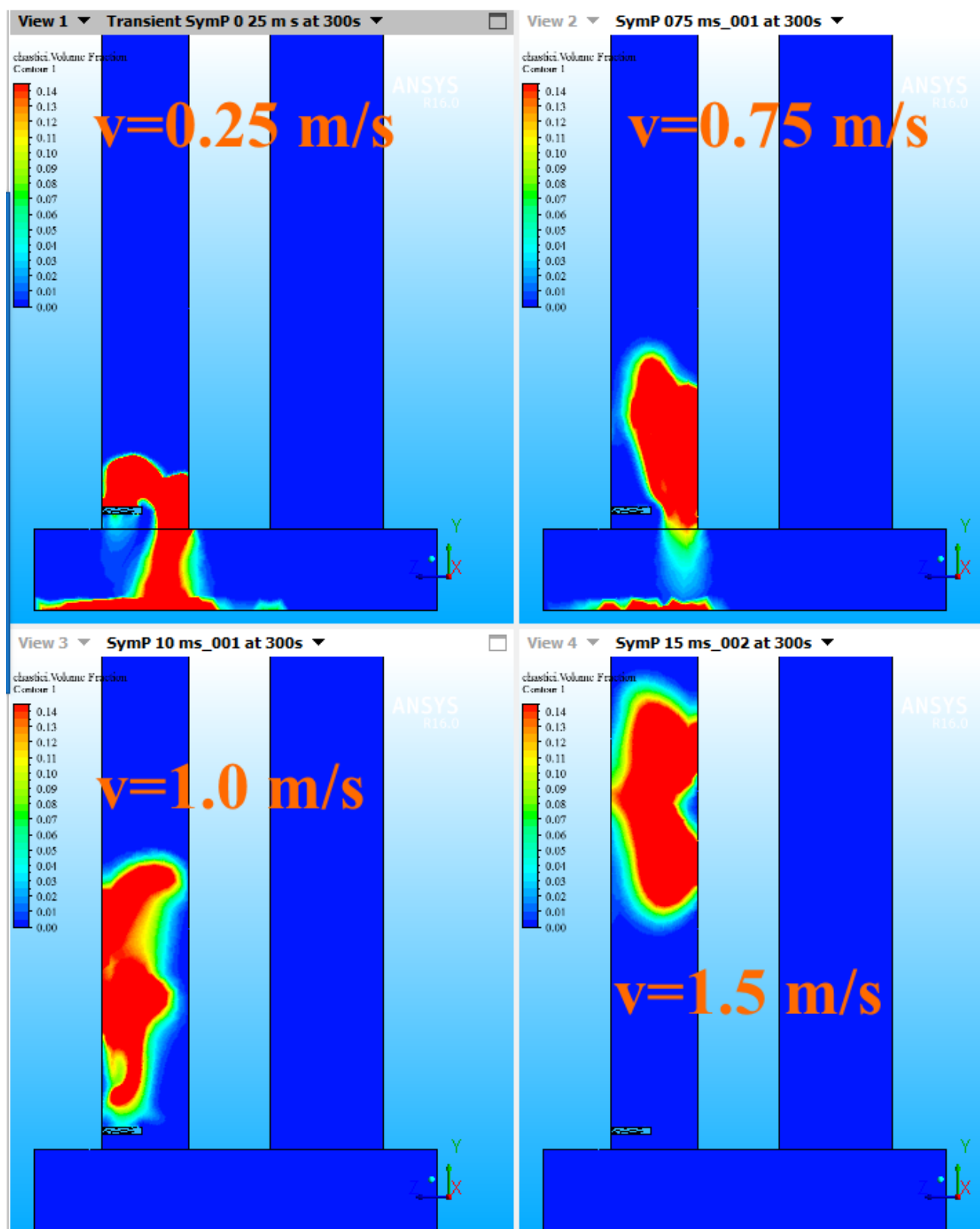
Фиг.23 Обемната част (0-15% диапазон) на твърдите частици в първата минута от симулацията при показаните скорости на газа

t=180 s



Фиг. 25 Обемната част (0-15% диапазон) на твърдите частици в *третата минута* от симулацията при съответните скорости на газа

t=300 s



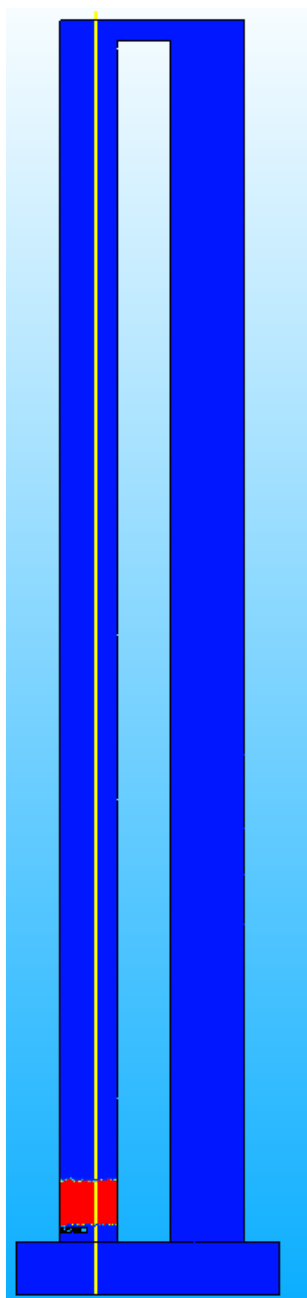
Фиг.26 Обемната част (0-15% диапазон) на твърдите частици в петата минута от симулацията при различни скорости на газа

От показаните резултати на горните три фигури може да се направят следните коментари:

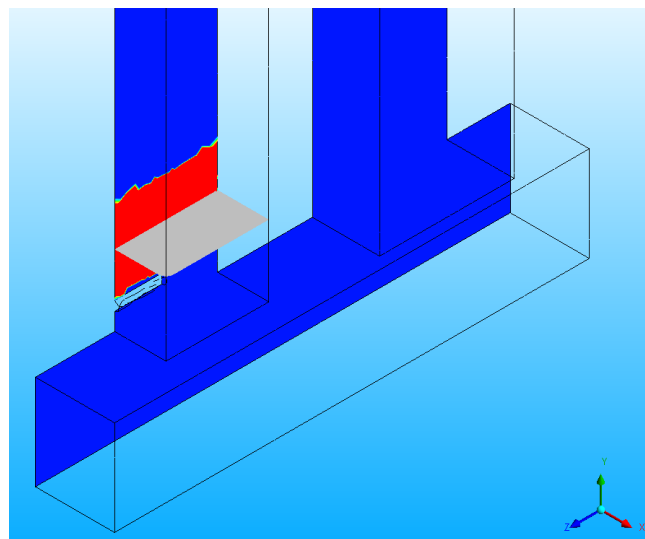
- при скорост на газа 0.25 m/s в първата минута ($t = 60 \text{ s}$) се наблюдава как обемът от твърдите частици падат под нивото на барботьора и попадат в дънната камера. На петата минута ($t = 300 \text{ s}$) твърдите частици лежат по повърхността на дъното на реактора. Само една част от тях се застояват и задържат над газоподаващия отвор на барботьора;
- при скорост на газа 0.75 m/s се наблюдава сходна картина с предишната при скорост 0.25 m/s – част от обема на твърдите частици лежат по дъното на реактора, но значително по-голяма фракция се задържа във възходящата колона благодарение на увеличения дебит на аериране;
- при скорост на газа 1 m/s за пет минути ($t = 300 \text{ s}$) се вижда, че целият обем от твърдите частици се задържа във възходящата колона над нивото на барботьора;
- при скорост на газа 1.5 m/s , целият обем от твърди частици успешно се издига по височината на възходящата тръба.

4.4. Графично представяне на числени резултати получени при различните дебити на аериране

Представяне на числените резултати за изменение на обемните фракции на твърдата фаза, както и скоростта на течната фаза в реактора и под формата графики. Поради сложността на хидродинамиката на трифазната система са взети стойностите на тези параметри само в отделни точки от дадена линия разположена вертикално във възходящата колона по цялата дължина, както е показано на **фигура 27**. Също така са представени и в напречна равнина разположена по средата на първоначално зададения обем от твърдите частици (**фигура 28**).

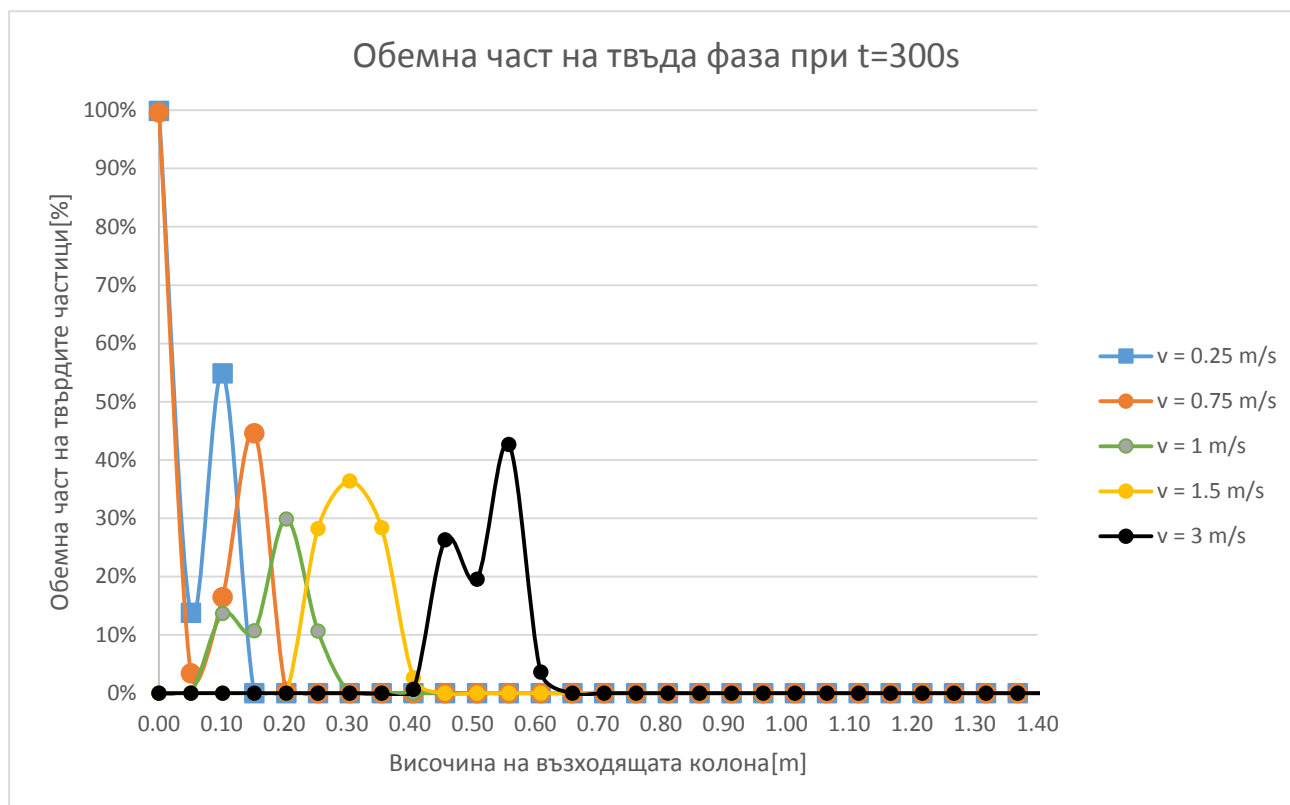


Фиг. 27 Вертикалната линия по която са взети числените резултати



Фиг. 28 Равнината в обема на твърдите частици.

Графиката на **фигура 29** представя обемното разпределение на твърдите частици по височината на линията във възходящата колона на *петата минута от изчислението* при постепенно увеличаване на скоростта на газа.

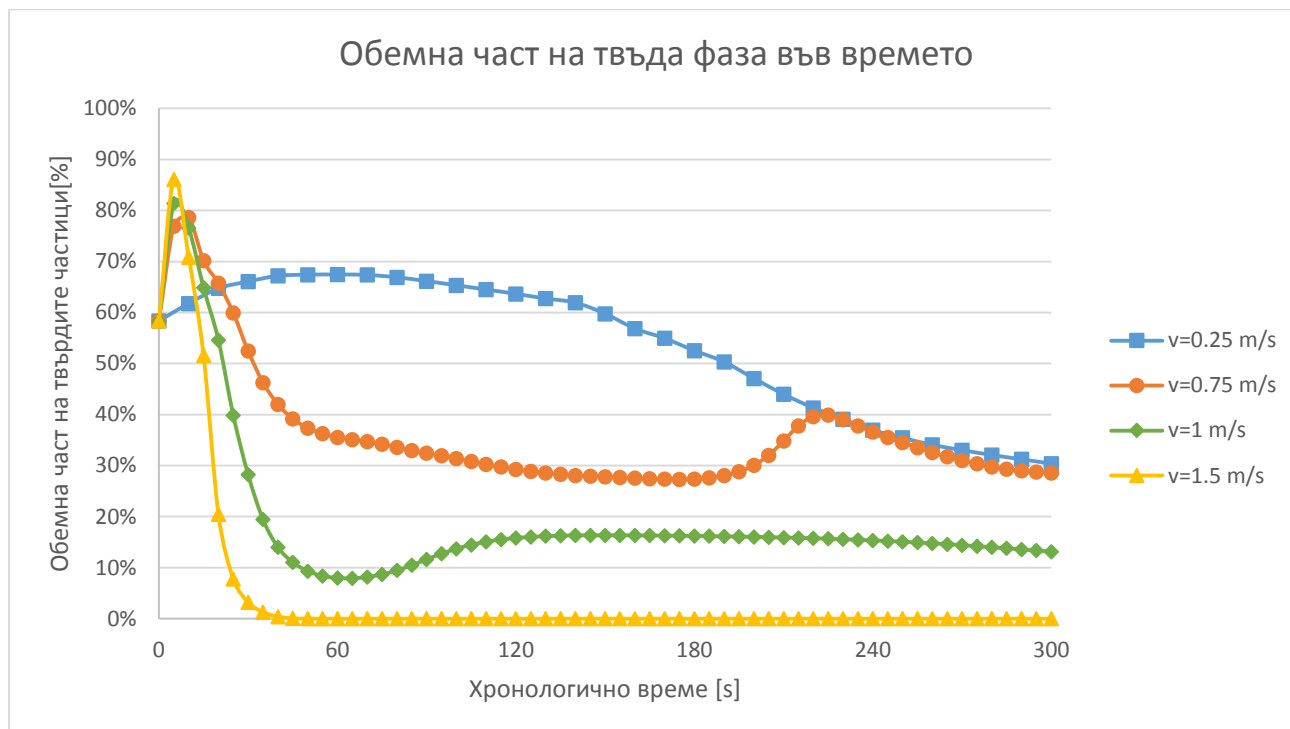


Фиг.29 Разпределение на твърдите частици по височината на възходящата колона

Както се видя от представянето на разпределението на обема на твърдите частици под формата на контури, така и от графичното представяне може да се каже, че с увеличаване скоростта на подаването на газа, обемът на твърдите частици се издига по височината на възходящата колона, което е и очакваната тенденция.

При скорост на газа по-голяма от 1 m/s няма твърди частици попаднали в дънната камера на реактора. А при скорост 1.5 m/s се наблюдава как компактен обем от всички твърди частици се издига във възходящата колона.

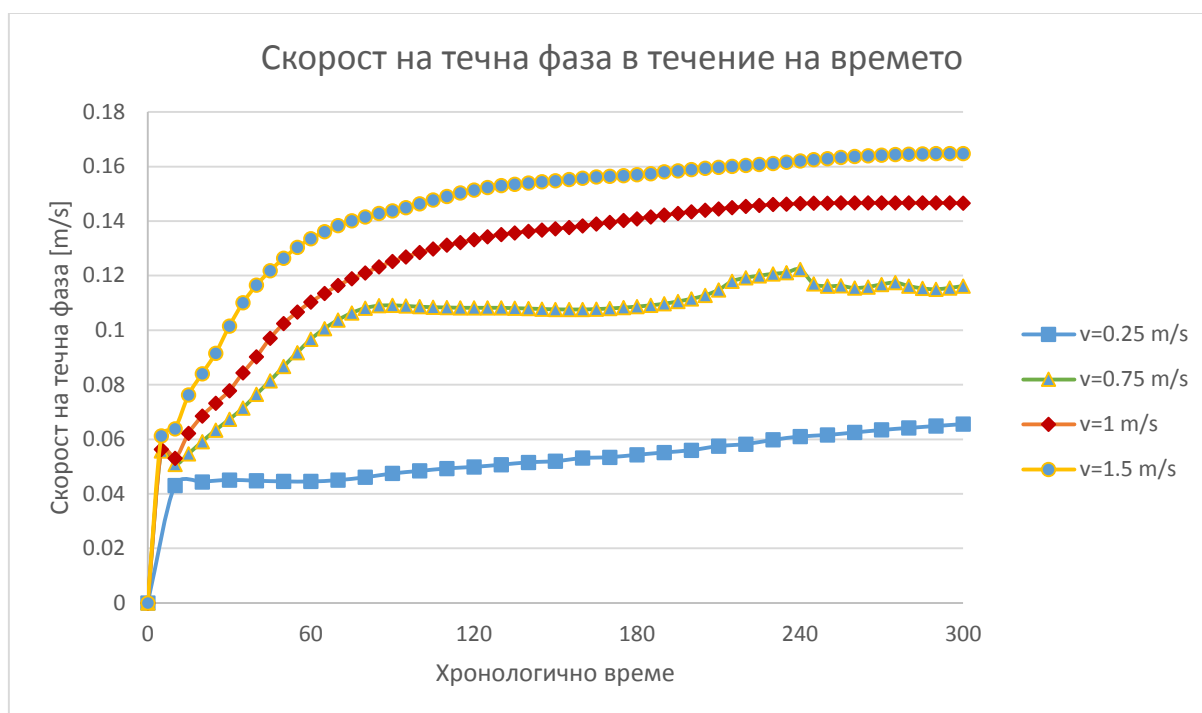
Графиката на следващата фигура показва изменението на обемната част от твърдите частици във времето в дефинираната по-горе напречна равнина прекарана през средата на първоначалния им обем.



Фиг. 30 Разпределение на обема от твърдите частици във времето

В първите няколко секунди (~10s) обемът от частиците се състява. При малките скорости твърдата фаза се задържа на височината на посочената равнина преди да се утаи, а със увеличението на скоростта на аериране, обемът от твърди частици се издига благодарение на по-големия брой газовите мехури и изцяло напуска нивото на равнината. Това ясно се наблюдава при скорост на газа от $v=1.5 \text{ m/s}$. С увеличаване на скоростта на аериране, времето на задържане твърдите частици над барботьора намалява.

Графиката на **фигура 31** показва изменението на скоростта на течната фаза във времето.



Фиг. 30 Скорост на течната фаза във времето

Скоростта на течната фаза рязко се увеличава в началния момент и постепенно нараства с времето, както и с увеличаване на скоростта на подаване на газа, което е със съответствие с експерименталното изследване представено в използваната дипломна работа.[8] (Борисов, 2003)

5. Изводи

От направените в дипломната работа компютърни симулации на правоъгълен ерлифт реактор с трифазна система могат да се направят следните изводи:

1. Направената верификация на численото решение показва изразено влияние на броя на елементите върху стойностите на газосъдържанието се приема, че елементната мрежа, генерирана по подразбиране не е подходяща за изследването.
2. Един от възможните начини за подобряване конфигурацията на елементната мрежа е промяна на формата на клетките и сгъстяване на мрежата, което да моделира краевите ефекти на течението.
3. Без аериране, обемът от твърди частици се утаява на дъното на реактора за около три минути.
4. При малки скорости на подаване на газа, обемната част от твърдите частици се задържа за повече време във възходящата колона.
5. При скорост на газа $v \geq 1 \text{ m/s}$ не се наблюдава наличие на твърди частици в дънната камера на реактора до петата минута.
6. При достатъчно голяма скорост на подаване на газа - 3 m/s , обемът от твърди частици се издига до върха на реактора и преминава в низходящата колона на реактора.
7. Скоростта на течната фаза се увеличава във времето и с нарастване на скоростта на подавания в реактора газ, което е очакваната тенденция.

IV. Използвана литература

- [1] Hulst, A. V. (1987). Thiophene production. (pp. 401-404). Proc. 4th Europ.
- [2] Merchuk, J. C. (1986). Merchuk, J. C. *Chemical Engineering Science*, 11-16.
- [3] Onken, U. a. (1983). Airlift fermenters: Construction, Behaviour,. (pp. 67-95). New York: Alan R. Liss.
- [4] Ruzicka, M. C., Drahos, J., Fialova, M., & Thomas, N. H. (2001). Effect of bubble column dimensions on flow regime transition. In *Chemical Engineering Science*, 56 (pp. 6117-6124).
- [5] Olmos, E., Gentric, C., & Midoux, N. (2003). Identification of flow regimes in a flat gas-liquid bubble column via wavelet transform. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 382-388.
- [6] J.S, G. (2004). *Scales and structures in bubbly flows*. Technische Universitet Delft.
- [7] D.Sc. Arto Laari, D. A. (2010). *CFD Simulation of Two-phase and Three-phase Flows in Internal-loop Airlift Reactors*. Lappeenranta.
- [8] Борисов, С. (2003). *Хидродинамика в дву- и трифазни ерлифтни реактори*. София: бакалавърска дипломна работа, ХТМУ.
- [9] Freedman, W. a. (47). Hold-up and liquid circulation in bubble columns. *Trans. Instn. Chem. Engrs.* 47, Y-251-T262.
- [10] Chisti, M. Y. (1989). *Airlift Bioreactors*. Elsevier Science Publishers LTD.
- [11] García-Ochoa, J. K. (1997). Hydrodynamics and mass transfer in a suspended solid bubble column with polydispersed high density particles. *Chemical Engineering Science* 52, 3827-3834.
- [12] Camarasa, E. V. (1999). "Influence. *Chemical Engineering and Proceeding*,, 329-344.
- [13] Чернев, В. (2014). *Числено (CFD) и експериментално изследване на двуфазни*. София: магистърска дипломна работа, ХТМУ.