

Иван Пенчев, Ирен Цибранска

ПРЕНОСНИ ПРОЦЕСИ

София, 2004

ПРЕНОСНИ ПРОЦЕСИ
Учебник, I-во издание
Автори: доц д-р Иван П. Пенчев
доц. д-р Ирен Х. Цибранска
Рецензент: доц.д-р Агнес М. Николова

ISBN 954-8954-47-8

Предпечатна подготовка: УКЦ при ХТМУ
Издател: ХТМУ–София

УВОД

Настоящият курс представя общата теория на преносните процеси и е предназначен за докторанти и студенти от специалността “Химично инженерство” с преподаване на български и немски език. Той е замислен като надстройващ курса по Процеси и апарати, който за студентите от специалността “Инженерна химия” представлява няколко отделни дисциплини, разглеждащи процесите на пренасяне на количество движение, топлина и маса и тяхното апаратурно оформление и практическо приложение. В настоящия курс се дава по-общо математично описание на явленията, което включва елементи на векторно и тензорно смятане и цели да обобщи и разшири погледа на специалиста по инженерна химия върху физическия смисъл и математически апарат на представяните явления. Това дава възможност да се възприемат преобразуванията в най-често използвани координатни системи и представянето на основните балансови уравнения – уравнението на непрекъснатостта, на импулса, на енергията и масата на даден компонент в многокомпонентна система – по един математически елегантен и физически осмислен подход. В същото време се навлиза в дълбочина на отделните явления на преноса, разглеждайки за първи път или задълбочавайки вече получени познания в областта на различните видове течения на нютонов и ненютонов тип флуиди, вискозната дисипация на енергия, масопренасянето при подвижни граници и др.

Неминуемо е при това математичният апарат да се усложни, но това никога не е самоцелно и се оправдава с по-ефективна и по-широка като възможности техника на преобразуване на съответните балансови уравнения, както и с по-широк физически кръгозор върху изучаваните явления. Съответните необходими математични познания, аналитични решения и др. са представени в курса максимално достъпно.

В изготвянето на този курс сме се базирали на световната практика, за която отдавна вече книгата на Бърд, Лайтфут и Стюарт [2] е класика – един основополагащ, прекрасен от педагогическа гледна точка труд, последван в годините от поредица от монографии, в които математичната теория, включително съвременните изчислителни подходи за нейното решаване, се застъпват все по-широко. Един пример за учебник, влязъл широко в практиката и с доста високо математично ниво, е учебникът на Слетери [5]. В областта на механика на флуидите, която заема съществена част и от тази книга, ще си позволим да цитираме подбора, направен в монографията “Incompressible Flow and the Finite Element Method” (P.M.Gresho, R.L.Sani, M.S.Engelman, 2000) относно развитието на тенденциите във водещи учебници и монографии в областта на течения с несвиваеми флуиди.

Учебната ни практика показва, че много често нашите студенти, напр. от специалността с преподаване на немски език, по време на дипломната си

работка в Германия се сблъскват именно с проблеми от областта на флуидната механика, където съответното математично описание и съвсем не леко числено решение се поставя като условие в работата им. От друга страна в този курс по един много полезен за мисленето на обучаващия се начин е показана с няколко примера връзката между строгата теория и разпространения в инженерната практика апарат от критериални уравнения за целите на изчислението на съответните коефициенти на преноса на импулс, енергия и маса.

Не на последно място курсът стъпва върху аналогията на отделните процеси на пренос, развива и обогатява с познания тази постановка.

Ето защо представеният курс, който в широкия си вид е предложен за докторанти от специалност “Инженерна химия”, а в една своя част (съгласно учебната програма) – за студентите от специалността с преподаване на немски език, има претенциите да е едновременно съвременен и практически полезен, да развива мисленето и задълбочава разбирането на отделните явления на преноса.

СЪДЪРЖАНИЕ

УВОД

Глава I.	Уравнение за непрекъснатостта и уравнение за движението. Двумерна постановка в различни координатни системи.	1 - 1
Примери.	Частни случаи на движение в различни координатни системи.	1 - 9
Глава II.	Връзка между координатните системи.	2 - 1
Приложение.	Оператор “набла”, формули за преобразуване.	2 - 7
Примери.	Радиално вискозно течение в сферична координатна система.	2 - 10
Глава III.	Базисни вектори и операции с тях.	3 - 1
Глава IV.	Тензор на напреженията. Формули за преобразуване в произволна координатна система.	4 - 1
Глава V.	Пренос в хомогенни еднородни среди. Основни теореми.	5 - 1
Глава VI.	Извод на основните уравнения за пренос на импулс, енергия и маса чрез теоремата за преноса.	6 - 1
Глава VII.	Преобразуване на основните уравнения за преноса в други координатни системи.	7 - 1
Глава VIII	Двумерни течения.	8 - 1
Примери.	Примери за използване на токовата функция за решаване на задачи от пренос на импулс, енергия и маса. Ламинарен граничен слой.	8 - 1 - 1
	Температурен и концентрационен ламинарен граничен слой.	8 - 1 - 7
	Свободна конвекция – двумерна постановка.	8 - 1 - 10
	Ламинарна течна струя, изтичаща от цилиндрична дюза.	8 - 1 - 16
Глава IX.	Процеси на пренос през междуфазна повърхност.	9 - 1
Глава X.	Основни параметри на формата на повърхнината и нейните взаимоотношения с околното пространство.	10 - 1
Глава XI.	Уравнения на преноса през междуфазна повърхност.	11 - 1

ПРИЛОЖЕНИЕ за студентите от специалността “Химично инженерство” с преподаване на немски език.

INHALTSVERZEICHNIS

Das Reynoldsche Transporttheorem. Herleitung der Bilanzgleichungen.	1
Die Massenbilanz.	2
Die Impulsbilanz. Herleitung der Impulsgleichungen.	3
Vereinfachungen der Navier-Stokes-Gleichungen.	
1. Schleichende Strömungen ($Re \rightarrow 0$). Bewegungsgleichungen in durchströmten porösen Medien.	5 6
Beispiel: Druckverteilung, bzw. Geschwindigkeitsprofil im Fall einer Filtration in r-Richtung durch eine zylinderförmige poröse Wand.	8
2. Reibungsfreie Strömungen ($\mu=0, 1/Re=0$). Beispiel: Potentialströmung: eine zweidimensionale Betrachtung der Geschwindigkeitsverteilung in zylindrischen Koordinaten (r,θ -Ebene Zylinderumströmung).	9
Verschiedene Vektor-Operationen in kartesischen Koordinaten, Zylinder- und Kugelkoordinaten.	16
3. Grenzschichtströmungen. Verdrängungs- und Impulsverlustdicke.	17 20
Tensor des Geschwindigkeitsgradienten, Verzerrungstensor, Spannungstensor.	21
Rheologische Stoffgesetze.	24
Die Energiebilanz.	29
Die Massenbilanz für Mehrstoffgemische.	32
Einfluß der turbulenten Schwankungsbewegung auf den Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch.	37

ЛИТЕРАТУРА

ГЛАВА I.

Уравнение за непрекъснатостта и уравнение за движението. Двумерна постановка в различни координатни системи.

Ще започнем със закона за запазване на масата и импулса в простия пример на движение на флуид в пространството между две плоскости (Фиг.1.1), чиято ширина и дължина е значително по-голяма от разстоянието между тях. В този случай поне две съставящи на скоростта следва да бъдат отчетени (примерите за едномерни задачи ще разгледаме в упражненията). Съобразно с координатната система въвеждаме контролен обем във формата на паралелепипед: $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$. Балансът на масата в контролния обем се записва като:

$$\begin{bmatrix} \text{изменението на масата} \\ \text{в контролния обем за} \\ 1 \text{ време} \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} \text{масата на вход} \\ \text{в обема с потока} \end{bmatrix}_{II} - \begin{bmatrix} \text{масата на изход} \\ \text{от обема с потока} \end{bmatrix}_{III} \quad (1.1)$$

Нека означим с ρ плътността в дадена точка, а с $\bar{\rho}$ - средната плътност.

При $\Delta V \Rightarrow 0$, $\bar{\rho} \Rightarrow \rho$. За количеството вещество, което се съдържа в обема знаем, че то е равно на $\rho \Delta V$, а за изменението му в обема ще имаме:

$$I = \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta V \quad (1.2.)$$

Масовият дебит на вход в обема с потока – II, се дава от произведението на обемния дебит $v_x \Delta y \Delta z$,resp. $v_y \Delta x \Delta z$ и ρ :

$$II = v_x \rho|_x \Delta y \Delta z + v_y \rho|_y \Delta x \Delta z \quad (1.3.)$$

Масата на изход от обема с потока – III, съответно е:

$$III = v_x \rho|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z + v_y \rho|_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \quad (1.4.)$$

След като заместим тези три члена в баланса, развием третия член в ред на Тейлър и разделим на ΔV ще получим:

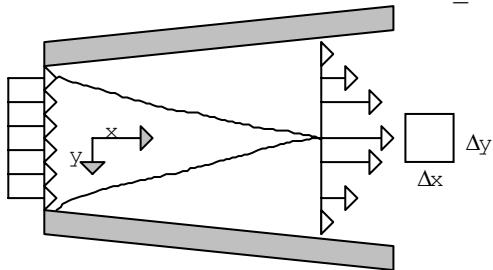
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = 0 \quad (1.5)$$

Ако въведем вектора набла:

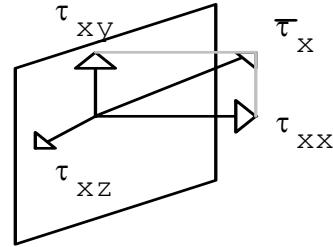
$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (1.6.)$$

можем да запишем : $\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (v_z=0) \quad (1.7.)$

Тук $\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v})$ е скаларното произведение на векторите $\vec{\nabla}$ и $(\rho \vec{v})$, познато от линейната алгебра.



Фиг.1.1.



Фиг.1.2.

Да разгледаме баланса на импулса за същото течение и същия контролен обем. Най-общо можем да кажем:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} \text{изменението на импулса} \\ \text{в контролния обем за 1 време} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{импулса на вход} \\ \text{в обема с потока} \end{array} \right] - \\ & - \left[\begin{array}{l} \text{импулса на изход} \\ \text{от обема с потока} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{сумата от силите,} \\ \text{действащи върху} \\ \text{обема} \end{array} \right] \end{aligned}$$

Силите, действащи върху обема ще разделим на повърхностни и обемни. Така окончателно ще запишем, у-ие (1.8):

$$\left[\begin{array}{l} \text{изменението на импулса} \\ \text{в контролния обем за} \\ \text{1 време} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{импулса на вход} \\ \text{в обема с потока} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{импулса на изход} \\ \text{от обема с потока} \end{array} \right] +$$

I

II

III

$$+ \left[\begin{array}{l} \text{равнодействащата на} \\ \text{повърхностните сили,} \\ \text{действащи върху обема} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{равнодействащата на} \\ \text{обемните сили,} \\ \text{действащи върху обема} \end{array} \right] \quad (1.8)$$

Знаем, че импулсът е вектор, произведение от маса и скорост. Следва да направим баланс за всяка от двете ненулеви проекции (по x и y). За изменението на импулса в x-направление в контролния обем ще имаме:

$$I = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} \Delta V \quad (1.9)$$

Вторият и третият член се определят от произведението на проекцията на импулса на единица обем ρv_x по проекцията на обемния дебит по съответната ос – $v_x \Delta y \Delta z$ по x, $v_y \Delta x \Delta z$ по y и $v_z \Delta x \Delta y$ по z ($v_z=0$):

$$II = \rho v_x v_x \Big|_x \Delta y \Delta z + \rho v_x v_y \Big|_y \Delta x \Delta z \quad (1.10)$$

$$\text{III} = \rho v_x v_x \Big|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z + \rho v_x v_y \Big|_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \quad (1.11)$$

Повърхностни са силите, действуващи между флуида от контролния обем и околния флуид, т.е. между два съседни слоя от флуида. Те ще бъдат приложени върху всяка от шестте страни, ограждащи обема ΔV . Повърхностни са силите на налягането, които са винаги перпендикулярни на съответната повърхност:

$$IVa = (p_x - p_{x+\Delta x})\Delta y \Delta z + (p_y - p_{y+\Delta y})\Delta x \Delta z \quad (1.12)$$

Да разгледаме силите на вискозно взаимодействие, действащи върху площадка, перпендикулярна на x (Фиг.1.2). Върху нея действа сила $\tau_x \Delta y \Delta z$ с проекции τ_{xx} , τ_{xy} , τ_{xz} . По аналогичен начин от силата, която действа върху площадката, перпендикулярна на y ще получим τ_{yx} , τ_{yy} , τ_{yz} , а от тази действаща върху площадката перпендикулярна на z – τ_{zx} , τ_{zy} , τ_{zz} . По този начин върху оста x ще имаме проектирани τ_{xx} , τ_{yx} , τ_{zx} (последната в нашия случай е равна на нула). Трябва да отбележим, че всяка една от тези сили е приложена върху различна площадка – τ_{xx} върху $\Delta y \Delta z$, τ_{yx} върху $\Delta x \Delta z$ и τ_{zx} върху $\Delta x \Delta z$. Тогава можем да запишем:

$$\text{IVb} = (\tau_{xx}|_x - \tau_{xx}|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z + (\tau_{yx}|_y - \tau_{yx}|_{y+\Delta y}) \Delta x \Delta z \quad (1.13)$$

Обемните сили са породени от външни полета (гравитационни, електромагнитни и т.н.) Ние ще считаме, че оста x е хоризонтална и