Иван Пенчев, Ирен Цибранска

ПРЕНОСНИ ПРОЦЕСИ

София, 2004

ПРЕНОСНИ ПРОЦЕСИ
Учебник, I-во издание
Автори: доц д-р Иван П. Пенчев
доц. д-р Ирен Х. Цибранска
Рецензент: доц.д-р Агнес М. Николова

ISBN 954-8954-47-8

Предпечатна подготовка: УКЦ при ХТМУ
Издател: ХТМУ–София

УВОД

Настоящият курс представя общата теория на преносните процеси и е предназначен за докторанти и студенти от специалността “Химично инженерство” с преподаване на български и немски език. Той е замислен като надстройващ курса по Процеси и апарати, който за студентите от специалността “Инженерна химия” представлява няколко отделни дисциплини, разглеждащи процесите на пренасяне на количество движение, топлина и маса и тяхното апаратурно оформление и практическо приложение. В настоящия курс се дава по-общо математично описание на явленията, което включва елементи на векторно и тензорно смятане и цели да обобщи и разшири погледа на специалиста по инженерна химия върху физическия смисъл и математически апарат на представяните явления. Това дава възможност да се възприемат преобразуванията в най-често използваните координатни системи и представянето на основните балансови уравнения – уравнението на непрекъснатостта, на импулса, на енергията и масата на даден компонент в многокомпонентна система – по един математически елегантен и физически осмислен подход. В същото време се навлиза в дълбочина на отделните явления на преноса, разглеждайки за първи път или задълбочавайки вече получени познания в областта на различните видове течения на нютонов и ненютонов тип флуиди, вискозната дисипация на енергия, масопренасянето при подвижни граници и др.

Неминуемо е при това математичният апарат да се усложни, но това никога не е самоцелно и се оправдава с по-ефективна и по-широка като възможности техника на преобразуване на съответните балансови уравнения, както и с по-широк физически кръгозор върху изучаваните явления. Съответните необходими математични познания, аналитични решения и др. са представени в курса максимално достъпно.

В изготвянето на този курс сме се базирали на световната практика, за която отдавна вече книгата на Бърд, Лайтфут и Стюарт [2] е класика – един основополагащ, прекрасен от педагогическа гледна точка труд, последван в годините от поредица от монографии, в които математичната теория, включително съвременните изчислителни подходи за нейното решаване, се застъпват все по-широко. Един пример за учебник, влязъл широко в практиката и с доста високо математично ниво, е учебникът на Слетери [5]. В областта на механика на флуидите, която заема съществена част и от тази книга, ще си позволим да цитираме подбора, направен в монографията “Incompressible Flow and the Finite Element Method” (P.M.Gresho, R.L.Sani, M.S.Engelman, 2000) относно развитието на тенденциите във водещи учебници и монографии в областта на течения с несвиваеми флуиди.

Учебната ни практика показва, че много често нашите студенти, напр. от специалността с преподаване на немски език, по време на дипломната си работа в Германия се сблъскват именно с проблеми от областта на флуидната механика, където съответното математично описание и съвсем не леко числено решение се поставя като условие в работата им. От друга страна в този курс по един много полезен за мисленето на обучаващия се начин е показана с няколко примера връзката между строгата теория и разпространения в инженерната практика апарат от критериални уравнения за целите на изчислението на съответните коефициенти на преноса на импулс, енергия и маса.

Не на последно място курсът стъпва върху аналогията на отделните процеси на пренос, развива и обогатява с познания тази постановка.

Ето защо представеният курс, който в широкия си вид е предложен за докторанти от специалност “Инженерна химия”, а в една своя част (съгласно учебната програма) – за студентите от специалността с преподаване на немски език, има претенциите да е едновременно съвременен и практически полезен, да развива мисленето и задълбочава разбирането на отделните явления на преноса.

СЪДЪРЖАНИЕ

INHALTSVERZEICHNIS

ГЛАВА I.

Уравнение за непрекъснатостта и уравнение за движението. Двумерна постановка в различни координатни системи.

Ще започнем със закона за запазване на масата и импулса в простия пример на движение на флуид в пространството между две плоскости (Фиг.1.1), чиято ширина и дължина е значително по-голяма от разстоянието между тях. В този случай поне две съставящи на скоростта следва да бъдат отчетени (примерите за едномерни задачи ще разгледаме в упражненията).

Съобразно с координатната система въвеждаме контролен обем във формата на паралелепипед: $\Delta V=\Delta x\Delta y\Delta z$. Балансът на масата в контролния обем се записва като:

$$\underset{\mathrm{I}}{\begin{bmatrix}\text{изменението на масата}\\ \text{в контролния обем за}\\ \text{1 време}\end{bmatrix}}=\underset{\mathrm{II}}{\begin{bmatrix}\text{масата на вход}\\ \text{в обема с потока}\end{bmatrix}}-\underset{\mathrm{III}}{\begin{bmatrix}\text{масата на изход}\\ \text{от обема с потока}\end{bmatrix}} \tag{1.1}$$

Нека означим с ρ плътността в дадена точка, а с $\bar{\rho}$-средната плътност.

При $\Delta V\Rightarrow 0$, $\bar{\rho}\Rightarrow\rho$. За количеството вещество, което се съдържа в обема знаем, че то е равно на $\rho\Delta V$, а за изменението му в обема ще имаме:

$$\mathrm{I}=\frac{\partial\rho}{\partial t}\Delta V \tag{1.2.}$$

Масовият дебит на вход в обема с потока – II, се дава от произведението на обемния дебит $v_x\Delta y\Delta z$, респ. $v_y\Delta x\Delta z$ и ρ:

$$\mathrm{II}=\left.v_x\rho\right|_x\Delta y\Delta z+\left.v_y\rho\right|_y\Delta x\Delta z \tag{1.3.}$$

Масата на изход от обема с потока – III, съответно е:

$$\mathrm{III}=\left.v_x\rho\right|_{x+\Delta x}\Delta y\Delta z+\left.v_y\rho\right|_{y+\Delta y}\Delta x\Delta z \tag{1.4.}$$

След като заместим тези три члена в баланса, развием третия член в ред на Тейлър и разделим на ΔV ще получим:

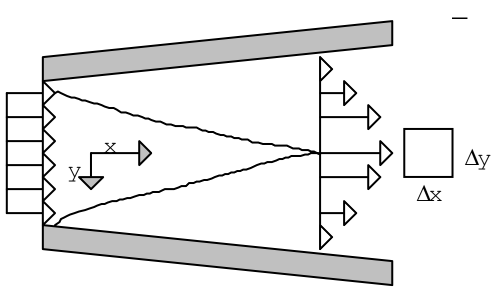
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho\ v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho\ v_y)}{\partial y}=0 \tag{1.5}$$

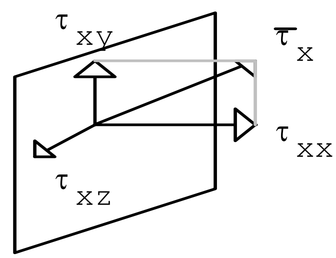
Ако въведем вектора набла:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \qquad (1.6.)$$

можем да запишем : $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$ $\quad (v_z=0) \quad$ (1.7.)

Тук $\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v})$ е скаларното произведение на векторите $\vec{\nabla}$ и $(\rho \vec{v})$, познато от линейната алгебра.





Фиг.1.1. Фиг.1.2.

Да разгледаме баланса на импулса за същото течение и същия контролен обем. Най-общо можем да кажем:

$$\begin{bmatrix}\text{изменението на импулса}\\ \text{в контролния обем за 1 време}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\text{импулса на вход}\\ \text{в обема с потока}\end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix}\text{импулса на изход}\\ \text{от обема с потока}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\text{сумата от силите,}\\ \text{действащи върху}\\ \text{обема}\end{bmatrix}$$

Силите, действащи върху обема ще разделим на повърхностни и обемни. Така окончателно ще запишем, у-ие (1.8):

$$\underset{\mathrm{I}}{\begin{bmatrix}\text{изменението на импулса}\\ \text{в контролния обем за}\\ \text{1 време}\end{bmatrix}} = \underset{\mathrm{II}}{\begin{bmatrix}\text{импулса на вход}\\ \text{в обема с потока}\end{bmatrix}} - \underset{\mathrm{III}}{\begin{bmatrix}\text{импулса на изход}\\ \text{от обема с потока}\end{bmatrix}} +$$

$$+\begin{bmatrix}\text{равнодействащата на}\\ \text{повърхностните сили,}\\ \text{действащи върху обема}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\text{равнодействащата на}\\ \text{обемните сили,}\\ \text{действащи върху обема}\end{bmatrix} \tag{1.8}$$

IV V

Знаем, че импулсът е вектор, произведение от маса и скорост. Следва да направим баланс за всяка от двете ненулеви проекции (по x и y). За изменението на импулса в x-направление в контролния обем ще имаме:

$$\mathrm{I} = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t}\Delta V \tag{1.9}$$

Вторият и третият член се определят от произведението на проекцията на импулса на единица обем ρv_x по проекцията на обемния дебит по съответната ос – $v_x\Delta y\Delta z$ по x, $v_y\Delta x\Delta z$ по y и $v_z\Delta x\Delta y$ по z (v_z=0):

$$\mathrm{II} = \rho\, v_x v_x\big|_x \Delta y\Delta z + \rho\, v_x v_y\big|_y \Delta x\Delta z \tag{1.10}$$

$$\mathrm{III} = \rho\, v_x v_x\big|_{x+\Delta x} \Delta y\Delta z + \rho\, v_x v_y\big|_{y+\Delta y} \Delta x\Delta z \tag{1.11}$$

Повърхностни са силите, действуващи между флуида от контролния обем и околния флуид, т.е. между два съседни слоя от флуида. Те ще бъдат приложени върху всяка от шестте страни, ограждащи обема ΔV. Повърхностни са силите на налягането, които са винаги перпендикулярни на съответната повърхност:

$$\mathrm{IVa} = (p\big|_x - p\big|_{x+\Delta x})\Delta y\Delta z + (p\big|_y - p\big|_{y+\Delta y})\Delta x\Delta z \tag{1.12}$$

Да разгледаме силите на вискозно взаимодействие, действащи върху площадка, перпендикулярна на x (Фиг.1.2). Върху нея действа сила $\vec{\tau}_x\Delta y\Delta z$ с проекции τ_{xx}, τ_{xy}, τ_{xz}. По аналогичен начин от силата, която действа върху площадката, перпендикулярна на y ще получим τ_{yx}, τ_{yy}, τ_{yz}, а от тази действаща върху площадката перпендикулярна на z – τ_{zx}, τ_{zy}, τ_{zz}. По този начин върху оста x ще имаме проектирани τ_{xx}, τ_{yx}, τ_{zx} (последната в нашия случай е равна на нула). Трябва да отбележим, че всяка една от тези сили е приложена върху различна площадка – τ_{xx} върху $\Delta y\Delta z$, τ_{yx} върху $\Delta x\Delta z$ и τ_{zx} върху $\Delta x\Delta z$. Тогава можем да запишем:

$$\mathrm{IVb} = (\tau_{xx}\big|_x - \tau_{xx}\big|_{x+\Delta x})\,\Delta y\Delta z + (\tau_{yx}\big|_y - \tau_{yx}\big|_{y+\Delta y})\,\Delta x\Delta z \tag{1.13}$$

Обемните сили са породени от външни полета (гравитационни, електромагнитни и т.н.) Ние ще считаме, че оста x е хоризонтална и