

Въпрос № 12**ПЪРВИ ВАРИАНТ**

Точка се движи по закона

$$x = 3 \sin(\pi t); \quad y = \cos(\pi t)$$

Начертайте траекторията на точката и покажете къде ще се намира в момента $t = 1$ s.

Решение:

1. Извеждане уравнението на траекторията:

$$x = 3 \sin(\pi t)$$

$$y = \cos(\pi t)$$

- Повдигаме двете уравнения на квадрат, стремейки си да достигнем до израза $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$:

$$x^2 = 3^2 \sin^2(\pi t)$$

$$y^2 = \cos^2(\pi t)$$

- Разделяме в първото уравнение на 3^2 и получаваме:

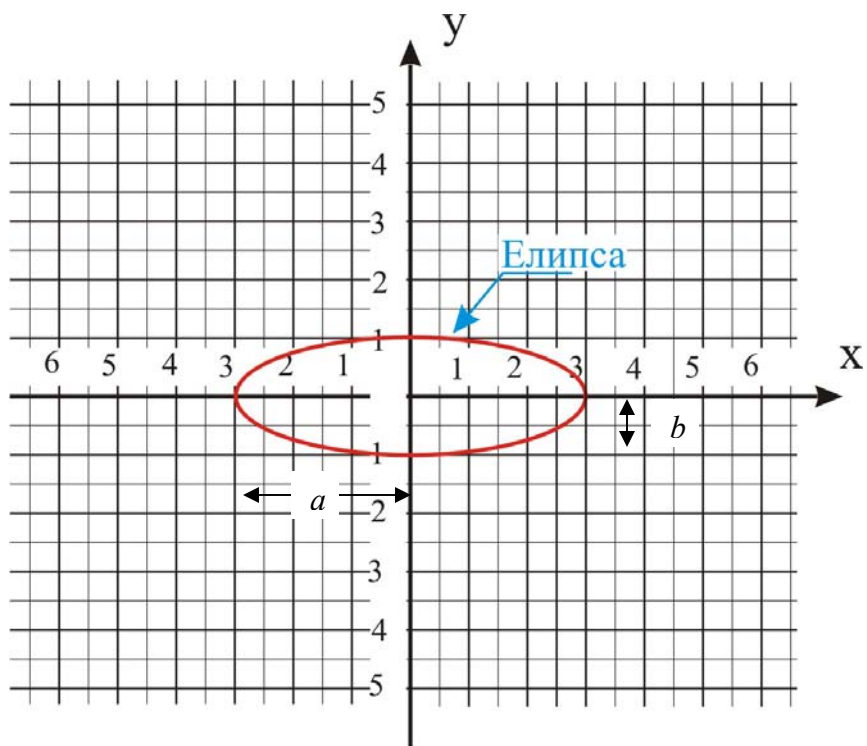
$$\frac{x^2}{3^2} = \sin^2(\pi t)$$

$$y^2 = \cos^2(\pi t)$$

- Събираме левите и десните страни на двете уравнения:

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$$

Получаваме уравнение на елипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, където в нашия случай $a = 3$; $b = 1 \rightarrow$ *фиг. 1*



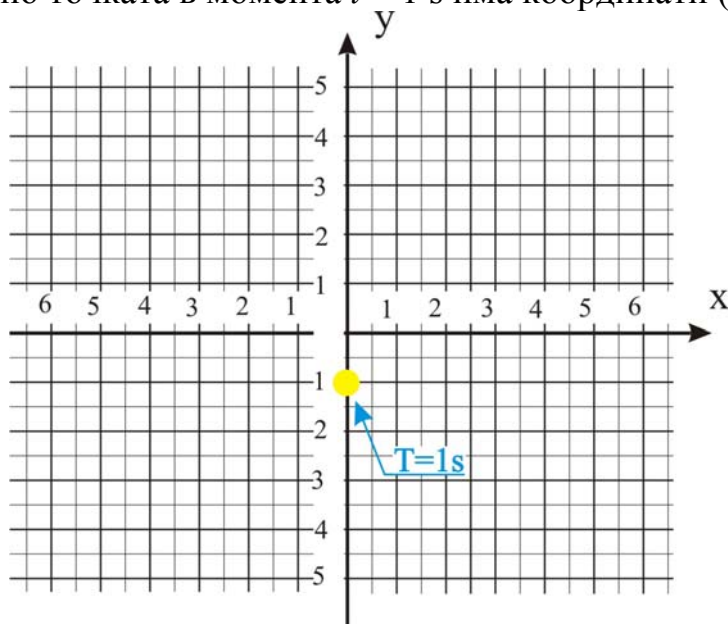
фиг. 1

2. Определяне позицията на точката в момента $t = 1$ s.

Заместваме $t = 1$ в уравнения за x и y :

$$\left. \begin{aligned} x &= \sin(\pi t) \rightarrow x = \sin \pi = 0 \\ y &= \cos(\pi t) \rightarrow y = \cos \pi = -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{фиг. 2}$$

Следователно точката в момента $t = 1$ s има координати $(0, -1)$.



фиг. 2

Въпрос № 12**ВТОРИ ВАРИАНТ**

Точка се движи по закона

$$x = 2t; \quad y = 2t^2$$

Начертайте траекторията на точката и покажете къде ще се намира в момента $t = 1$ s.

Решение:

1. Извеждане уравнението на траекторията

Заместваме x от първото във второто уравнение:

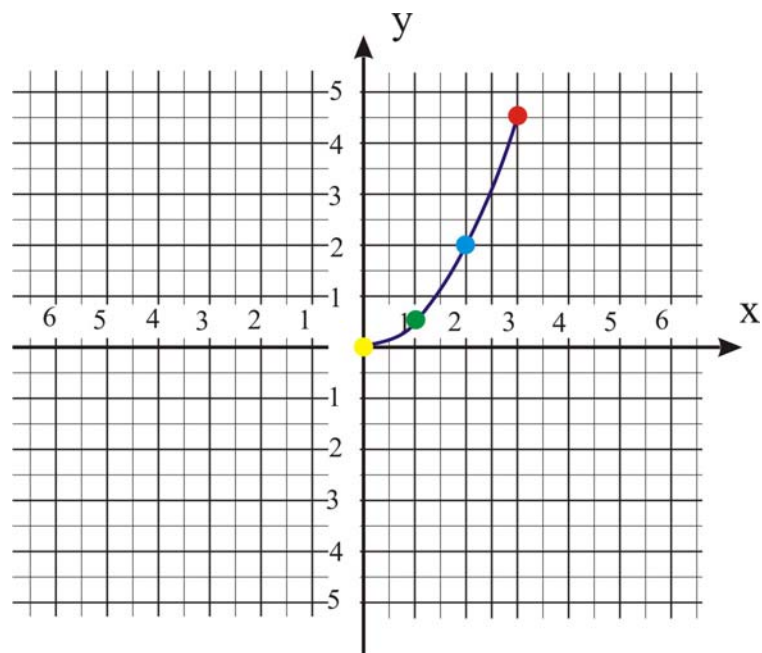
$$x = 2t \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y = 2t^2 \rightarrow y = 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2\frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}$$

2. Начертаване на траекторията по точки

За начертаване на траекторията заместваем x в уравнението със стойности 0, 1, 2, ... и т.н., за които се получават съответни стойности на y . Всяка двойка стойности определя точка в координатната равнина. Траекторията се получава като тези точки се свържат с гладка непрекъсната линия. $\rightarrow$ *фиг. 1*

x	0	1	2	3
y	0	0.5	2	4.5
	т. А	т. В	т. С	т. D



фиг. 1

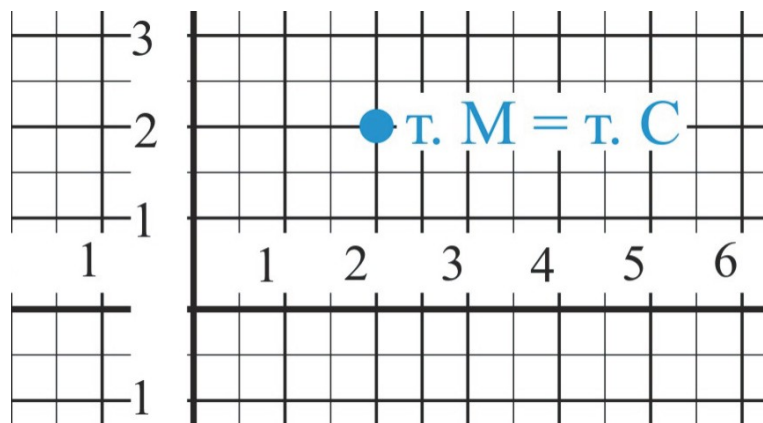
3. Определяне позицията на точката в момента $t = 1$ s.

Заместваме $t = 1$ в уравненията за x и y :

$$x = 2t \rightarrow x = 2$$

$y = 2t^2 \rightarrow y = 2$, следователно позицията на точката при $t = 1$ s има

координати $M(2,2)$. Точка M се нанася върху траекторията на точката. $\rightarrow$ фиг. 2



фиг. 2